

2011 年度

数 学

I 注 意 事 項

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- この問題冊子は4頁あります。
試験開始後、頁の落丁・乱丁及び印刷不鮮明、また解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 監督者の指示にしたがって解答用紙の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - 受験番号欄
受験番号を4ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する4ケタをマークしなさい。(例)受験番号0025番 →

0	0	2	5
---	---	---	---

 と記入。
 - 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。
- 受験番号が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 試験終了後、問題冊子および解答用紙を机上に置き、試験監督者の指示に従い退場しなさい。

II 解 答 上 の 注 意

- 問題の文中の

ア

 ,

イウ

 などの

--

 には、とくに指示のないかぎり、数値または符号(−, ±)が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。
 - ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字, または, −, ±, のいずれか一つに対応します。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークしなさい。

〔例〕

アイ

 に−8と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	<input type="radio"/>	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	<input checked="" type="radio"/>	⑨

- 分数形で解答が求められているときは、既約分数で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

〔例〕

ウエ

 に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

オ

ウ	<input checked="" type="radio"/>	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
エ	<input type="radio"/>	±	0	①	②	③	<input checked="" type="radio"/>	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
オ	<input type="radio"/>	±	0	①	②	③	④	<input checked="" type="radio"/>	⑥	⑦	⑧	⑨

解答上の注意は裏表紙に続くので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

2. 解答を修正する場合は必ず「消しゴム」であとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆の色や消しくずが残ったり、のような消し方などをした場合は、修正したことになりません。
3. 解答をそれぞれの問題に指定された数よりも多くマークした場合は無解答とみなされます。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どの頁も切り離してはいけません。

1

- (1) 座標平面上の曲線 $C: y = 3|x|^3$ と直線 $L: y = 7x + 10$ とで囲まれた部分の面積を S とすれば

$$S = \frac{\boxed{\text{アイウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

- (2) ベクトル $\vec{a} = (2, 2)$, $\vec{b} = (2, 1)$ に対して、関数 $f(t)$ を $f(t) = |\vec{t}\vec{a} + \vec{b}|$ (t は実数) と定める。このとき、

$$f(t) = f'(t) \quad \text{かつ} \quad t > 0$$

であるような t の値を t_0 とすれば

$$t_0 = \frac{\boxed{\text{オカ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。ただし、 $f'(t)$ は関数 $f(t)$ の導関数である。

2

(1) すべての正の数 x, y に対して不等式

$$\frac{K}{x+y} \leq \frac{1}{x} + \frac{49}{y}$$

が成り立つような定数 K の最大値を K_0 とすれば $K_0 =$ アイ である。

(2) 等式

$$\cos \frac{5x}{12} + \cos \frac{30x}{7} = 2$$

をみたす最小の正の数 x を x_0 とすれば

$$x_0 = \frac{\text{ウエオ}}{\text{カ}} \pi$$

である。

3

座標平面の3点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, 5)$ を考える。直線 OA 上の動点 P と直線 OB 上の動点 Q が実数 t を用いて、

$$\vec{OP} = t\vec{OA} \quad \text{かつ} \quad \vec{OQ} = (1-t)\vec{OB}$$

と表されている。

(1) $t = \frac{1}{4}$ のとき、 $\vec{PQ} = \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right)$ である。

(2) t が実数全体を動くとき、 $|\vec{PQ}|$ が最小値をとるような t の値を t_0 とし、 $t = t_0$ のときの $|\vec{PQ}|$ の値を m とすれば

$$t_0 = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}, \quad m = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}$$

である。

4

座標平面上の曲線 $C: y = \frac{\sqrt{x}}{1+3x}$ ($x > 0$) と直線 $L_n: x = n^2$

($n = 1, 2, 3, \dots$) を考える。曲線 C と x 軸, および 2 直線 L_n, L_{n+1} とで囲まれた部分の面積を S_n とすれば $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ が存在する。 $a = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ とおく。

(1) $a = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) 不等式 $|S_n - a| < \frac{1}{1014}$ をみたす正の整数 n の最小値を n_0 とすれば $n_0 = \boxed{\text{ウエ}}$ である。