

1 以下の  から  にあてはまる数値を該当する解答欄に記入せよ(途中の計算を示す必要はない).

(1)  $x, y$  を実数とするととき  $(x^2 + 2x + 4)(y^2 - 4y + 15)$  の最小値は

である.

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の中から異なる 3 個の数字を並べて 3 桁の整数をつくる. このうち, 偶数の個数は  個である.

(3) 自然数  $n$  に対して集合  $A_n, B_n$  を,  $A_n = \left\{ x \mid \frac{n}{2} \leq x \leq \frac{2n+1}{4} \right\}$ ,

$B_n = \left\{ x \mid \frac{9}{10}n \leq x \leq \frac{9n+2}{10} \right\}$  とする.  $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ ,

$B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$  としたとき,  $A \cap B$  に含まれる数の最大値は,

である.

(4)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  とするとき,

$A^8 - B^8 = \text{  } C$  である.

(5) 方程式  $9 \log_x 2 + \log_2 x = 6$  の解は  $x = \text{  }$  である.

(6)  $2 \sin x \cos x + 3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 5$  のとり得る値の最大値は  である.

(7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(1 - \frac{1}{\cos^2 x}\right)$  の値は  である.

(8)  $xy$  平面上に3点  $O(0, 0)$ ,  $A(3, 0)$ ,  $B(1, 1)$  をとる. 実数  $s, t$  が  $s \geq 0, t \geq 0, s + 2t \leq 1$  を満たして動くとき,  $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$  によって定まる点  $P$  の動く範囲の面積は  である.

(9) 点  $(-1, 0)$  を通り傾きが正の直線  $l$  と, 原点  $(0, 0)$  を中心とする半径1の円  $C$  について,  $l$  の  $C$  の内部にある部分の長さが  $\frac{1}{2}$  とすると,  $l$  の傾きは  である.

(10) 放物線  $y = x^2 - 4$  の点  $(-2, 0)$  における接線と, この放物線および  $y$  軸によって囲まれる部分の面積は  である.

2 以下の  ,  にあてはまる式を該当する解答欄に記入せよ  
(途中の計算を示す必要はない).

(1)  $xy$  平面上に3点  $O(0, 0)$ ,  $A(3, -1)$ ,  $B(1, 3)$  をとる. 点  $P(x, y)$  は,  $\overrightarrow{OP} = \cos \theta \overrightarrow{OA} + (1 - \sin \theta) \overrightarrow{OB}$  を満たす.  $\theta$  が実数全体を動くとき, 点  $P$  の軌跡を表す方程式を  $x, y$  で表すと,  となる.

(2)  $x$  の方程式  $x^3 - 3x^2 - 9x + a = 0$  が3個の異なる実数解をもつような実数  $a$  の範囲は  である.

3  $xyz$  空間内に 8 点  $A(5, -3, 6)$ ,  $B(5, -3, -6)$ ,  $C(5, 3, -6)$ ,  $D(5, 3, 6)$ ,  $E(-5, -6, 3)$ ,  $F(-5, -6, -3)$ ,  $G(-5, 6, -3)$ ,  $H(-5, 6, 3)$  がある. 6 個の四角形  $ABCD$ ,  $EFGH$ ,  $ABFE$ ,  $DCGH$ ,  $ADHE$ ,  $BCGF$  によって囲まれる立体を  $V$  とするとき, 以下の問に答えよ(該当する解答欄に途中の経過も含めて記入すること).

- (1)  $x$  軸に垂直な平面  $x = a$  と線分  $AE$ ,  $BF$ ,  $CG$ ,  $DH$  との交点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  とするとき, 線分  $PQ$  の長さを  $a$  で表せ. ただし,  $-5 \leq a \leq 5$  とする.
- (2) 平面  $x = a$  による立体  $V$  の切り口の面積を  $a$  で表せ.
- (3) 立体  $V$  の体積を求めよ.