



2  $\triangle ABC$ において、辺BCを1:2に内分する点をP、辺CAを3:4に内分する点をQ、線分APと線分BQの交点をOとする。このとき、 $\frac{\triangle OAC}{\triangle OBC} = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。線分OCと線分PQの交点をSとすると、 $\frac{PS}{QS} = \frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ である。

3  $xy$ 平面における2つの曲線 $y = \sqrt{13} \cos x$ 、 $y = \sqrt{5} \sin x$ について、 $0 \leq x \leq \pi$ および $\pi < x \leq 2\pi$ の範囲での交点の $x$ 座標をそれぞれ $\alpha$ 、 $\beta$ とする。このとき、 $\alpha$ について $\cos \alpha = \frac{\sqrt{\text{サシ}}}{\text{ス}}$ が成り立ち、 $\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲において2つの曲線で囲まれた部分の面積は $\text{セ} \sqrt{\text{ソ}}$ である。

4  $5^{100}$  は **アイ** 桁の数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$  とする。また、ある正の整数  $a$  について  $a^{100}$  が 85 桁の数であるとき、 $(5a^2)^{10}$  は **ウエ** 桁の数である。

5 1 から 15 までの自然数から異なる 3 個の自然数を選ぶ選び方のうち、選んだ 3 個の自然数の積が 3 の倍数となるような選び方は **オカキ** 通りあり、選んだ 3 個の自然数の和が 3 の倍数となるような選び方は **クケコ** 通りある。

6  $k$  を正の定数とし、3次関数  $f(x) = kx^3 - x^2 + 1$  に対して方程式  $f(x) = 0$  は異なる3つの実数解をもつ。このとき、定数  $k$  の値の範囲は  $0 < k < \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。座標平面における曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた2つの部分の面積が等しくなるような定数  $k$  の値は  $k = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  である。

7  $i$  を虚数単位とする。複素数平面において、方程式  $|z + 1 + 3i| = |z - 7 - 3i|$  を満たす点  $z$  の全体を  $C_1$ 、方程式  $|z - 3i| = |3z - i|$  を満たす点  $z$  の全体を  $C_2$  とする。複素数  $z$  が  $C_1$  上を動くとき、 $|z|$  の最小値は  $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  である。複素数  $z_1, z_2$  がそれぞれ  $C_1, C_2$  上を動くとき、 $|z_1 - z_2|$  の最小値は  $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$  である。

8  $xyz$  空間に、3点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$  の定める平面  $ABC$  がある。点  $C$  から直線  $AB$  に垂線  $CH$  を下ろすとき、点  $H$  の  $x$  座標は  $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。平面  $ABC$  上に点  $A$  を中心とする半径  $7$  の円があるとき、円周上の点の  $z$  座標がとり得る最大の値は  $\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$  である。

9  $a$  を実数とし、 $f(x) = |x^2 - a| - 4x + 8$  とする。 $f(x)$  が極大値  $30$  をとるような  $a$  の値は  $a = \boxed{\text{コサ}}$  である。また、 $f(x)$  が最小値  $-12$  をとるような  $a$  の値は  $a = \boxed{\text{シス}}$  である。

10 不等式  $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \geq \frac{1}{2^3}$  を満たす自然数  $n$  で最大のものは  である。

不等式  $\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \geq \frac{1}{2^{10}}$  を満たす自然数  $n$  で最大のものは  である。