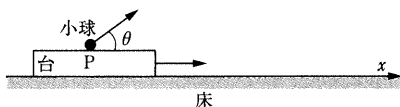


物 理

1 次の文章を読み、各問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさは $g[\text{m/s}^2]$ とする。

図のように、水平な床の上に直方体の台があり、床に沿って水平に定めた x 軸上をまっすぐ運動できる。台の位置は台の重心の x 座標で表すものとする。

最初、位置 $x = 0$ で静止していた台が、ある時刻に一定の加速度 $\frac{g}{2}$ で x 軸の正の向き(図中の右向き)に動き出した。台が $x = l[\text{m}]$ の位置に達したとき、台に乗った人から見て x 軸の正の向きから角度 θ [rad] をなす方向に、台上の点 P から小球をある初速度で投射した。その後、台は同じ加速度を保ち、 $x = 9l$ の位置まで移動したところで、ちょうど小球が台上の点 P に落ちた。なお、小球は台に比べて軽く、台から小球を投射したことによる台の速度の変化はない。



問 1 小球が P から投射されてから P に落ちるまでにかかる時間はいくらか。

- a. $\sqrt{\frac{2l}{g}}$ b. $2\sqrt{\frac{l}{g}}$ c. $2\sqrt{\frac{2l}{g}}$ d. $3\sqrt{\frac{l}{g}}$ e. $4\sqrt{\frac{l}{g}}$ f. $3\sqrt{\frac{2l}{g}}$

問 2 x 軸上で静止した場所から見た場合、小球の最高点における速さはいくらか。

- a. $\sqrt{\frac{gl}{2}}$ b. $2\sqrt{gl}$ c. $(1 + \sqrt{2})\sqrt{gl}$
 d. $(1 + \sqrt{3})\sqrt{gl}$ e. $2\sqrt{2gl}$ f. $4\sqrt{gl}$

問 3 台に乗った人から見た場合、投射時の小球の初速度の大きさはいくらか。

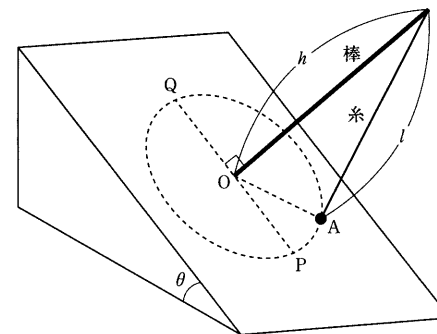
- a. \sqrt{gl} b. $\sqrt{2gl}$ c. $\frac{3}{2}\sqrt{gl}$ d. $2\sqrt{gl}$ e. $\sqrt{5gl}$ f. $3\sqrt{gl}$

問 4 $\tan \theta$ はいくらか。

- a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{2}$ c. 1 d. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ e. $\sqrt{2}$ f. $\sqrt{3}$ g. 2

2 次の文章を読み、各問に答えよ。

図のように、水平面から角 θ [rad] だけ傾いた滑らかな平面板がある。その平面板上の点 O に、長さ h [m] の棒を平面板に垂直に固定し、棒の上端に長さ l [m] の軽い糸をつけ、糸の他端には質量 m [kg] の小球 A をつけている。ただし、 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ である。A は平面板に接して点 O を中心とする半径 $\frac{l}{2}$ の円運動を行うものとする。平面板上での A の最低地点を P、最高地点を Q とし、P における A の速さを v [m/s] とする。ただし、 $0 < \tan \theta < \frac{\sqrt{3}}{3}$ であり、重力加速度の大きさは $g[\text{m/s}^2]$ とし、糸の質量は無視できるものとする。小球と平面板の間に摩擦はない。



問 1 A が P にいるとき、糸の張力の大きさはいくらか。

- a. $mg \sin \theta + \frac{mv^2}{l}$ b. $mg \sin \theta + \frac{2mv^2}{l}$
 c. $2mg \sin \theta + \frac{4mv^2}{l}$ d. $mg(1 - \cos \theta) + \frac{mv^2}{l}$
 e. $mg(1 - \cos \theta) + \frac{2mv^2}{l}$ f. $2mg(1 - \cos \theta) + \frac{4mv^2}{l}$

問 2 P において A が平面板から受ける垂直抗力の大きさはいくらか。

- a. $\frac{\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta}{2} mg + \sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$ b. $\frac{\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta}{2} mg - 2\sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$
 c. $2(\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta) mg + \sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$ d. $2(\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta) mg - 2\sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$
 e. $(\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta) mg + \sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$ f. $(\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta) mg - 2\sqrt{3} \frac{mv^2}{l}$

問 3 Q において A の速さはいくらか。

- a. $\sqrt{v^2 - gl \sin \theta \cos \theta}$ b. $\sqrt{v^2 - 2gl \sin \theta \cos \theta}$ c. $\sqrt{v^2 - 4gl \sin \theta \cos \theta}$
 d. $\sqrt{v^2 - gl \sin \theta}$ e. $\sqrt{v^2 - 2gl \sin \theta}$ f. $\sqrt{v^2 - 4gl \sin \theta}$

問 4 A が Q にいるとき、糸の張力の大きさはいくらか。

- a. $\frac{mv^2}{l} - mg \sin \theta$ b. $\frac{mv^2}{l} - 5mg \sin \theta$ c. $\frac{\sqrt{3}mv^2}{l} - 10mg \sin \theta$
 d. $\frac{2mv^2}{l} - 5mg \sin \theta$ e. $\frac{4mv^2}{l} - 10mg \sin \theta$ f. $\frac{10mv^2}{l} - 5mg \sin \theta$

問 5 A が Q にいるときの平板から受ける垂直抗力の大きさは、A が P にいるときの平板から受ける垂直抗力の大きさよりいくら大きいか。

- a. $\left(\frac{\sqrt{3}mv^2}{l} - mg\right) \sin \theta$ b. $\left(\frac{mv^2}{l} - mg\right) \sin \theta$ c. $\left(\frac{2mv^2}{l} - 10mg\right) \sin \theta$
 d. $6\sqrt{3}mg \sin \theta$ e. $6\sqrt{3}mg(1 - \cos \theta)$ f. $\sqrt{3}mg \sin \theta$
 g. $\sqrt{3}mg(1 - \cos \theta)$

問 6 ある θ において、A が平板に接して離れずに円運動を実現するには、 v の値がある範囲内にある必要がある。その v の範囲の下限はいくらか。

- a. $\frac{\sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}}{2}$ b. $\sqrt{2gl(1 - \cos \theta)}$ c. $\sqrt{\frac{5gl(1 - \cos \theta)}{2}}$
 d. $\frac{\sqrt{2gl \sin \theta}}{2}$ e. $\sqrt{2gl \sin \theta}$ f. $\sqrt{\frac{5gl \sin \theta}{2}}$

問 7 A が平板に接して離れずに円運動を実現するには、前問(問6)で述べた v の範囲を考慮すると、 θ について満たすべき追加の条件がある。その追加の条件と本文に記した条件を合わせて考慮すると、 $\tan \theta$ の上限値はいくらになるか。

- a. $\frac{\sqrt{3}}{18}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{15}$ c. $\frac{5}{18}$ d. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ e. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ f. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ g. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3 次の文章を読み、各問に答えよ。

図1のように、真空中に、正の電気量 Q [C] に帯電した半径 a [m] の導体球 A を置き、その外側を、外表面の半径が $4a$ [m] で内表面の半径が $3a$ [m] の空洞のある帯電していない導体球 B で囲む。図2では、図1と同様に Q に帯電した A を置き、その外側を帯電していない B で囲むが、さらに B の外表面を長い導線で B から遠くに接地する。図1と図2のどちらも A と B の球の中心は一致している。この中心から距離 r [m] の点における電位を $V(r)$ [V]、電場の強さを $E(r)$ [N/C] とする。ただし、電位の基準を図1では導体球の中心から無限遠、図2では接地点とする。なお、導体球の周囲及び空洞内は真空であり、真空中のクーロンの法則の比例定数を k [N・m²/C²] とする。

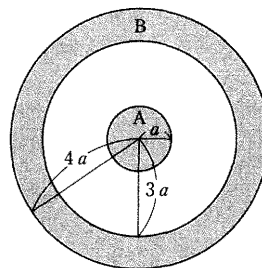


図1

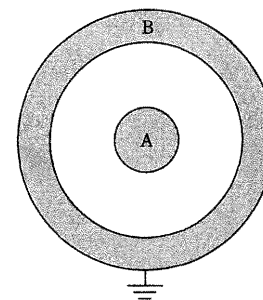


図2

まず、問1から問3までは、図1について考える。

問1 $V\left(\frac{7}{2}a\right)$ はいくらか。

- a. 0 b. $\frac{kQ}{8a}$ c. $\frac{kQ}{4a}$ d. $\frac{2kQ}{7a}$ e. $\frac{kQ}{3a}$ f. $\frac{kQ}{2a}$

問2 $V(2a)$ はいくらか。

- a. 0 b. $\frac{kQ}{12a}$ c. $\frac{5kQ}{12a}$ d. $\frac{kQ}{2a}$ e. $\frac{3kQ}{4a}$

問3 $V\left(\frac{a}{2}\right)$ はいくらか。

- a. 0 b. $\frac{5kQ}{14a}$ c. $\frac{2kQ}{3a}$ d. $\frac{11kQ}{12a}$ e. $\frac{kQ}{a}$ f. $\frac{2kQ}{a}$

次に、問4と問5では、図2について考える。

問4 $E(5a)$ は $E(2a)$ の何倍か。

- a. 0 b. $\frac{4}{25}$ c. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{2}{5}$ e. $\frac{9}{25}$ f. $\frac{6}{5}$

問5 $V(2a)$ はいくらか。

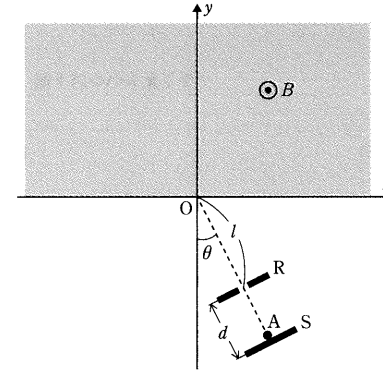
- a. 0 b. $\frac{kQ}{12a}$ c. $\frac{kQ}{6a}$ d. $\frac{kQ}{4a}$ e. $\frac{kQ}{3a}$ f. $\frac{kQ}{2a}$

4 次の文章を読み、各問に答えよ。

図のように、紙面内にOを原点とする xy 座標をとる。 $y \geq 0$ の領域にのみ、紙面に垂直で裏から表に向いた磁束密度 B [T]の様な磁場がある。 $x > 0$ かつ $y < 0$ の領域に間隔 d [m]で薄い電極RとSを置く。RとOの間の距離を l [m]とする。

最初、Sの表面に正電荷 q [C]と質量 m [kg]をもつ粒子Aが静止していた。そして、RS間に電圧 V [V] ($V > 0$)を加えて発生する電場で、 y 軸に対して角度 θ [rad] ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)をなす方向にAを加速した。これによって、加速されたAは電極Rに開いた小穴を通してOに達し、磁場の存在する領域($y \geq 0$)に入った。その後、Aは x 軸上に戻ってきた。このときにAの軌道が x 軸と交わる点をCとする。

この系全体は真空中にあるものとする。Aの大きさは無視でき、Aの運動は xy 平面内に限られる。重力の影響は無視できる。電場は、RS間だけに様に存在し、Rの小穴に影響されない。



問1 Cの x 座標はいくらか。

- a. $-\frac{1 + \sin \theta}{B} \sqrt{\frac{mV}{q}}$ b. $-\frac{1 + \sin \theta}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$
 c. $-\frac{2(1 + \sin \theta)}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$ d. $\frac{\cos \theta}{B} \sqrt{\frac{mV}{q}}$
 e. $\frac{\cos \theta}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$ f. $\frac{2 \cos \theta}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$

問 2 $\theta = \frac{\pi}{3}$ の場合、A が S を出発してから C に達するまでにかかる時間はいくらか。

- a. $(d + 2l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{2\pi m}{3qB}$ b. $(d + 2l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{\pi m}{qB}$
 c. $(d + 2l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{5\pi m}{3qB}$ d. $(2d + l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{2\pi m}{3qB}$
 e. $(2d + l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{\pi m}{qB}$ f. $(2d + l) \sqrt{\frac{m}{2qV}} + \frac{5\pi m}{3qB}$

5 次の文章を読み、各問に答えよ。

空気中で地表に向けて鉛直下方へ一定速度で降下している小さな気球 P がある。時刻 $t = 0$ s に P から振動数 f_0 [Hz] の音を地上に向けて発信し始めたところ、音は地表で反射し、時刻 $t = T$ [s] に P では振動数 f [Hz] の反射音をはじめて受信された。この問題では、P は地表にまだ到達しないものとする。なお、音速を V [m/s] とし、音は鉛直方向のみに伝わり、風は吹いていないものとする。

問 1 P の降下する速さは V の何倍か。

- a. $\frac{f-f_0}{f+f_0}$ b. $\frac{f+f_0}{f-f_0}$ c. $\frac{f-f_0}{f}$ d. $\frac{f+f_0}{f}$ e. $\frac{f}{f-f_0}$ f. $\frac{f}{f+f_0}$

問 2 はじめて反射音を受信したときの P の地上からの高さは VT の何倍か。

- a. $\frac{f-f_0}{f+f_0}$ b. $\frac{f+f_0}{f-f_0}$ c. $\frac{f-f_0}{f_0}$ d. $\frac{f+f_0}{f_0}$ e. $\frac{f_0}{f-f_0}$ f. $\frac{f_0}{f+f_0}$

問 3 P から発信した音を地表で観測すると、振動数はいくらになるか。

- a. $\frac{f-f_0}{2}$ b. $\frac{f+f_0}{2}$ c. $f-f_0$
 d. $f+f_0$ e. $2(f-f_0)$ f. $2(f+f_0)$

問 4 時刻 $t = 0$ s に P から発信した音が地表に届くまでにかかる時間は T の何倍か。

- a. $\frac{f-f_0}{f+f_0}$ b. $\frac{f+f_0}{f-f_0}$ c. $\frac{f-f_0}{f}$ d. $\frac{f+f_0}{f}$ e. $\frac{f}{f-f_0}$ f. $\frac{f}{f+f_0}$

問 5 発信した音による空気の振動の変位は、時刻 t とともに P の発信場所において $A \sin 2\pi f_0 t$ で変化する。ここで A は一定の大きさをもつ振幅である。地表に音が届いた時刻以降、地表で観測する音による空気の変位はどのように表されるか。ただし、地表で反射した音ではなく、P から直接届く音を考える。

- a. $A \sin \left[\pi \left(\frac{f-f_0}{2} t + fT \right) \right]$ b. $A \sin \left[\pi \left(\frac{f+f_0}{2} t - fT \right) \right]$
 c. $A \sin \left[\pi \left\{ (f-f_0)t + \frac{fT}{2} \right\} \right]$ d. $A \sin \left[\pi \left\{ (f+f_0)t - \frac{fT}{2} \right\} \right]$
 e. $A \sin [\pi \{(f-f_0)t + fT\}]$ f. $A \sin [\pi \{(f+f_0)t - fT\}]$

6 次の文章を読み、各問に答えよ。

図のように、大気中で鉛直に置かれた円筒型シリンダーと質量 m [kg] の円板型ピストンで囲まれた断熱容器の中に、定圧モル比熱 C_p [J/(mol·K)] の理想気体 A が入っている。ピストンはシリンダー内をなめらかに動くが、最初、ある高さで静止している。このとき、A の圧力は p_0 [Pa]、体積は V_0 [m³] である。ここで、ピストンの静止位置を原点として鉛直方向に y 軸を定め、鉛直上向きを y 軸の正の向きとする。ピストンの円形断面積は S [m²] であり、ピストンの厚さ (y 軸方向の幅) は無視でき、ピストンの位置は y 座標で表されるものとする。

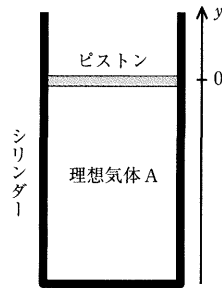
ピストンを静止状態 ($y = 0$) から $y = -l$ [m] ($l > 0$) までゆっくり押し下げた後、静かに放したところ、ピストンは y 軸方向に単振動をした。ただし、 l はシリンダー底面からピストンまでの距離に比べて十分小さい。振動中、A の内部で温度および圧力の場所による違いは生じないものとする。また、A は外部と熱のやりとりをしないものとし、気体定数は R [J/(mol·K)] とする。

なお、理想気体が断熱変化するとき、気体の圧力 p と体積 V の間には、ある実数の量 γ を用いて次の関係が成立する。

$$pV^\gamma = \text{一定}$$

また、次の近似式を用いてもよい。ここで、実数 a の絶対値は 1 に比べて十分に小さい値をもち、 b は任意の実数である。

$$(1 + a)^b \cong 1 + ab$$



問 1 単振動中、 $y = -l$ においてピストンにはたらく力の大きさはいくらか。

- a. $\gamma p_0 S$ b. $\gamma p_0 l^2$ c. $\frac{p_0 S^2 l}{V_0}$ d. $\frac{p_0 S^2 l}{\gamma V_0}$ e. $\frac{\gamma p_0 S^2 l}{V_0}$

問 2 ピストンの振動の周期はいくらか。

- a. $\sqrt{\frac{mV_0}{\gamma p_0 S^2}}$ b. $\sqrt{\frac{\gamma mV_0}{p_0 S^2}}$ c. $\frac{2\pi}{S} \sqrt{\frac{\gamma mV_0}{p_0}}$
 d. $\frac{2\pi}{S} \sqrt{\frac{mV_0}{\gamma p_0}}$ e. $2\pi S \sqrt{\frac{p_0}{mV_0}}$ f. $\frac{2\pi}{S} \sqrt{\frac{mV_0}{p_0}}$

問 3 単振動中、 $y = h_1$ ($|h_1| \leq l$) におけるピストンの速さはいくらか。

- a. $\sqrt{\frac{p_0 S^2 l^2}{\gamma mV_0}}$ b. $\sqrt{\frac{\gamma p_0 S^2 h_1^2}{mV_0}}$ c. $\sqrt{\frac{p_0 S^2 (l^2 - h_1^2)}{mV_0}}$
 d. $\sqrt{\frac{\gamma p_0 S^2 (l - h_1)^2}{mV_0}}$ e. $\sqrt{\frac{p_0 S^2 (l^2 - h_1^2)}{\gamma mV_0}}$ f. $\sqrt{\frac{\gamma p_0 S^2 (l^2 - h_1^2)}{mV_0}}$

問 4 ピストンが $y = 0$ から $y = -h_2$ ($l \geq h_2 > 0$) まで動く間に、A が外部からされた仕事はいくらか。

- a. $\gamma (C_p - R) \frac{p_0 S h_2}{R}$ b. $(\gamma - 1) \frac{C_p p_0 S h_2}{R}$
 c. $(\gamma + 1) \frac{C_p p_0 S h_2}{R}$ d. $(\gamma - 1) (C_p + R) \frac{p_0 S h_2}{R}$
 e. $(\gamma + 1) (C_p - R) \frac{p_0 S h_2}{R}$ f. $(\gamma - 1) (C_p - R) \frac{p_0 S h_2}{R}$