

平成20年度入学試験問題

数

学

数学Ⅰ， 数学A
数学Ⅱ， 数学B
数学Ⅲ， 数学C

(注 意 事 項)

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子，解答紙の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は，12 ページあります。
また，中にはさみ込まれている解答紙は，5枚(**13** から **17** まで)です。
3. 「始め」の合図があったら問題冊子のページ数と解答紙の番号を確認し，問題冊子のページの落丁・乱丁や解答紙の不足等に気づいた場合は，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 解答を始める前に，各解答紙の2箇所を受験番号を記入しなさい。
5. 解答はすべて解答紙のおもてに記入しなさい。解答紙のうらに解答を記入してはいけません。
6. 経済学部経済工学科の配点は，表示されているものの $\frac{7}{5}$ です。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰って下さい。

[1] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **13** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ とおく。ただし、 e は自然対数の底とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ の増減、凹凸、漸近線を調べ、グラフをかけ。

(2) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f^{-1}\left(\frac{1}{n+2}\right) - f^{-1}\left(\frac{1}{n+1}\right) \right\}$ を求めよ。

[2] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **14** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

1 から 10 までの番号が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。 k を 2 から 9 までの整数の 1 つとする。よくきった 10 枚のカードから 1 枚を抜き取り、そのカードの番号が k より大きいなら、抜き取ったカードの番号を得点とする。抜き取ったカードの番号が k 以下なら、そのカードを戻さずに、残りの 9 枚の中から 1 枚を抜き取り、2 回目に抜き取ったカードの番号を得点とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 得点が 1 である確率と 10 である確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 2 以上 9 以下の整数 n に対して、得点が n である確率を求めよ。
- (3) 得点の期待値を求めよ。

[3] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **15** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$\triangle OAB$ において、辺 AB 上に点 Q をとり、直線 OQ 上に点 P をとる。ただし、点 P は点 Q に関して点 O と反対側にあるとする。3 つの三角形 $\triangle OAP$, $\triangle OBP$, $\triangle ABP$ の面積をそれぞれ a , b , c とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OQ} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} および a , b を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} および a , b , c を用いて表せ。
- (3) 3 辺 OA , OB , AB の長さはそれぞれ 3, 5, 6 であるとする。点 P を中心とし、3 直線 OA , OB , AB に接する円が存在するとき、 \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ。

[4] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **16** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

$a > 0$ に対して、 $f(x) = a + \log x$ ($x > 0$)、 $g(x) = \sqrt{x-1}$ ($x \geq 1$) とおく。2 曲線 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ が、ある点 P を共有し、その点で共通の接線 l を持つとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値、点 P の座標、および接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 2 曲線は点 P 以外の共有点を持たないことを示せ。
- (3) 2 曲線と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

[5] (配点 50 点)

この問題の解答は、解答紙 **17** の定められた場所に記入しなさい。

[問題]

いくつかの半径 3 の円を、半径 2 の円 Q に外接し、かつ、互いに交わらないように配置する。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 半径 3 の円の 1 つを R とする。円 Q の中心を端点とし、円 R に接する 2 本の半直線のなす角を θ とおく。ただし、 $0 < \theta < \pi$ とする。このとき、 $\sin \theta$ を求めよ。
- (2) $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ を示せ。
- (3) 配置できる半径 3 の円の最大個数を求めよ。