

〔1〕ばね定数  $k$  [N/m], 自然長  $l_0$  [m] の質量が無視できるばねの上端が, 水平な床面より  $l_0$  の高さにある支点  $O$  に固定されている。ばねの下端には大きさが無視できる物体が取り付けられており, 水平な面上で等速円運動をする。空気の抵抗は無視するものとし, ばねと鉛直線のなす角を  $\theta$  [rad], 重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として, 以下の問いに答えよ。(45点)

問 1. 図 1 のように, 質量  $m$  [kg] の物体が滑らかな床面上を回転する。

- (1) 物体がばねを引く力  $T$  [N] を  $k, l_0, \theta$  で表せ。
- (2) 物体の速さ  $v$  [m/s] を  $T, l_0, m, \theta$  で表せ。
- (3)  $\theta \leq \frac{\pi}{3}$  で, 物体が床面から浮き上がらずに回転し続けるためには, ばね定数  $k$  にどのような条件が必要か。  $g, l_0, m$  を用いて表せ。

問 2. この物体が, 床面上を浮き上がらずに半径  $r$  [m], 速さ  $v$  [m/s] で回転していたところ, 時刻  $t_0$  [s] で突然ばねから離れ, 床面上を滑り始めた。図 1 のように, 半径  $R$  [m] の円より内側は滑らかな面であり, 外側は粗い面である。ただし  $R > r$  であり, 物体と粗い面との間の動摩擦係数は  $\mu'$  で一定とする。

- (1) ばねから離れて静止するまでの物体の軌跡, および速さの変化を解答用紙に模式的に図示せよ。なお, 物体の軌跡は実線で示し, 静止した地点を  $\times$  印で示せ。
- (2) ばねから離れて静止するまでに物体が動いた距離  $L_1$  [m] を  $R, g, l_0, v, \mu', \theta$  で表せ。

問 3. 次に, 質量  $m$  [kg] の新たな物体をばねに取り付け, 図 2 のように床面から  $h$  [m] の高さを速さ  $V$  [m/s] で回転させた。しばらくすると, 物体が突然ばねから離れ, この床面上をはねながら移動した後, 滑り始めた。物体は滑り始めるまで滑らかな床面上をはね続けるものとし, 物体と床面との間の反発係数(はね返り係数)を  $e$  ( $0 < e < 1$ ) とする。

なお, 必要であれば, 公式  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$  を使ってよい。

- (1) ばねから離れた物体が、床面との  $n$  回目の衝突から  $n + 1$  回目の衝突までに要する時間  $\Delta t_n$  [s] を  $e, g, h, n$  で表せ。
- (2) ばねを離れてから  $n$  回目の衝突までに要する時間  $t_n$  [s] を  $e, g, h, n$  で表せ。
- (3) ばねを離れてから滑り始めるまでに動いた水平距離  $L_2$  [m] を  $V, e, g, h$  で表せ。

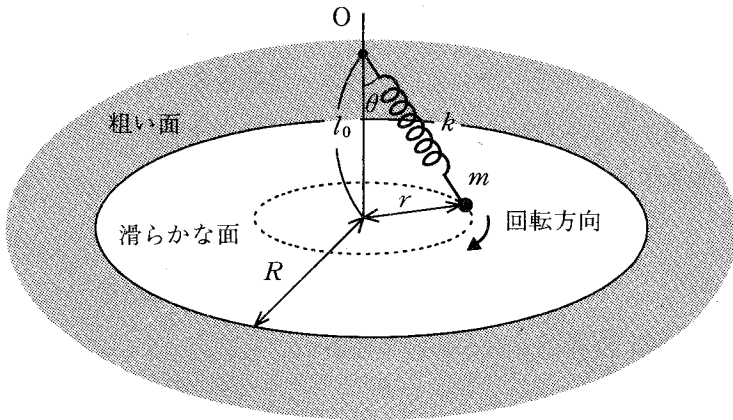


図 1

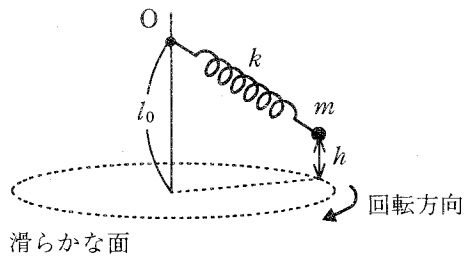
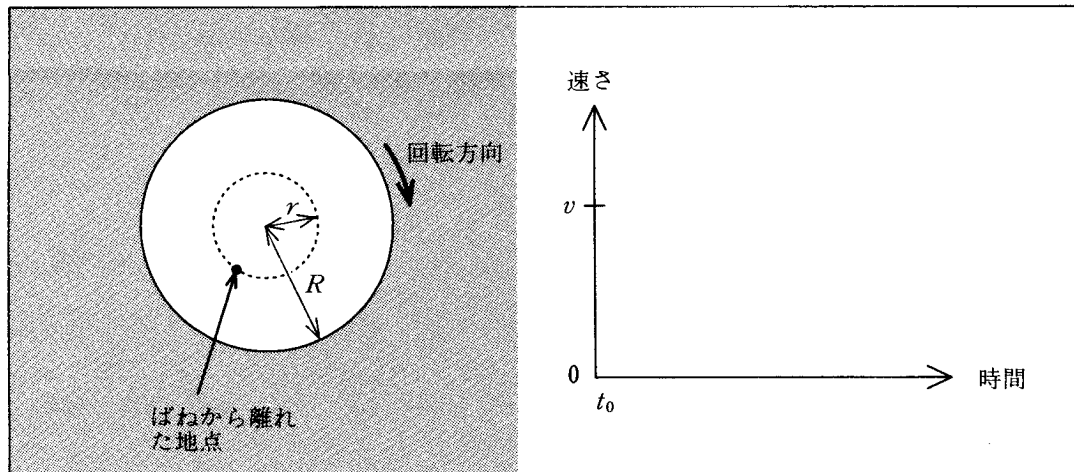


図 2

(1)

問 2



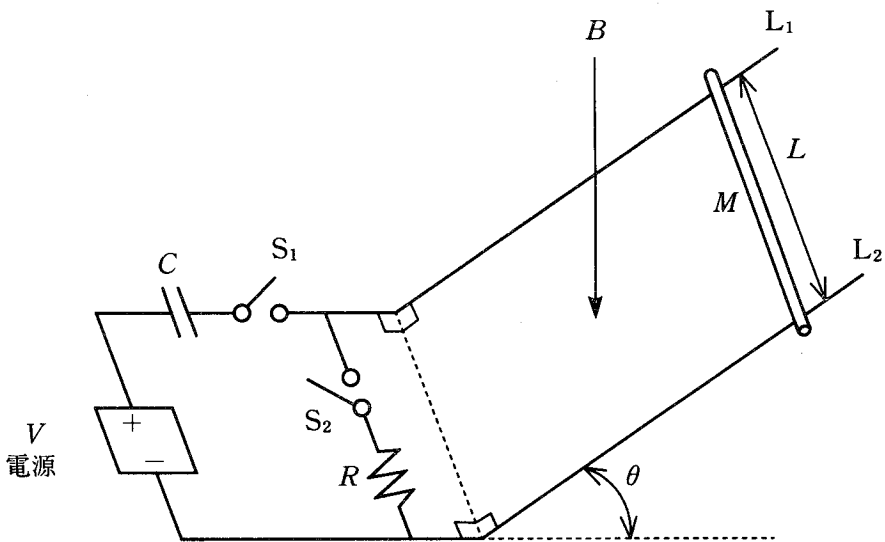
(2)

$L_1 =$

[m]

〔2〕 図のように、磁束密度の大きさが  $B$  [T] の鉛直下向きの一様な磁界中に、間隔  $L$  [m] で平行に配置した導線  $L_1$ ,  $L_2$  が水平から  $\theta$  [rad] の角度で固定してある。 $L_1$ ,  $L_2$  の一端は同一水平面上にあり、それらに電源、電気容量  $C$  [F] のコンデンサー、抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] の抵抗が、スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  を介して接続されている。電源の起電力  $V$  [V] は、スイッチ  $S_1$  を閉じると  $V = kt$  のように変化する。ここで、 $k$  [V/s] は正の比例定数で、電源の正負を図のようにとる。 $t$  [s] はスイッチ  $S_1$  を閉じてからの時間である。導線  $L_1$ ,  $L_2$  に垂直に質量  $M$  [kg] の導体棒を置く。以下の問いに答えよ。

ただし、電源の内部抵抗はないものとし、導線  $L_1$ ,  $L_2$  と導体棒の電気抵抗は無視できるものとする。コンデンサーの電気量を  $Q$  [C] とし、 $S_1$  を閉じる前は  $Q = 0$  とする。導体棒は導線  $L_1$ ,  $L_2$  に常に垂直であるとし、導体棒と導線との摩擦は無視できる。しかし、導体棒が動いている時には、その速さに比例した抵抗力が導体棒に働くものとし、その比例定数を  $h$  [kg/s] とする。重力加速度は  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。(40 点)



- 問 1.  $k = E$  とし,  $S_2$  を開いた状態で, 導体棒を置くと同時に  $S_1$  を閉じたところ, 導体棒は静止したままであった。このとき,
- (1) 回路に流れる電流はいくらか。  $B, L, M, g, \theta$  で表せ。
  - (2)  $E$  の値を,  $B, C, L, M, g, \theta$  で表せ。
- 問 2.  $k = U$  (ただし,  $U > E$ ) とし,  $S_2$  を開いた状態で, 導体棒を置くと同時に  $S_1$  を閉じたところ, 導体棒は導線  $L_1, L_2$  に沿って上方に向かって滑り始め, しばらくすると一定の速さ  $v_a$  になった。導体棒が一定の速さで運動している時,
- (1) コンデンサーの電気量  $Q$  (C) を時間の関数として表せ。なお, 解答中に  $v_a$  を用いてもよい。
  - (2) 速さ  $v_a$  はいくらか。  $B, C, L, M, U, g, h, \theta$  で表せ。
- 問 3.  $S_1$  を開いた状態で, 導体棒を置くと同時に  $S_2$  を閉じたところ, 導体棒は導線  $L_1, L_2$  に沿って下方に向かって滑り始め, しばらくすると一定の速さ  $v_b$  になった。導体棒が一定の速さで運動している時,
- (1) 抵抗で消費される電力はいくらか。  $B, L, M, R, g, h, \theta$  で表せ。
  - (2) 抵抗力に抗して導体棒を動かすのに必要な仕事率はいくらか。なお, 解答中に  $v_b$  を用いてもよい。
  - (3) 上で求めた電力と仕事率および導体棒の運動との間にはどのような関係があるか。エネルギー保存則の観点から 50 字程度で述べよ。

〔3〕以下の文章で、**関係式(ア)** から **数式(㉓)** までに入るべき語または式を解答用紙の所定の欄に記入し、問いに答えよ。(40点)

$n$  [mol] の理想気体の絶対温度  $T$  [K]、圧力  $P$  [N/m<sup>2</sup>]、および体積  $V$  [m<sup>3</sup>] の間には、**関係式(ア)** の関係があり、これを理想気体の状態方程式という。ただし、 $R$  [J/mol・K] は気体定数と呼ばれる定数である。理想気体の内部エネルギー  $U$  [J] は、温度  $T$  に比例するが体積  $V$  には依存せず、単原子分子の理想気体の場合には  $U = \frac{3}{2} nRT$  となることが知られている。

今、 $n$  [mol] の単原子分子理想気体がヒーターのついた断面積  $S$  [m<sup>2</sup>] のシリンダー内に、滑らかに動くピストンで閉じ込められているとする。最初、ピストンには図1のようにおもりが載せられていて、気体の温度、体積、および圧力はそれぞれ  $T_0$  [K]、 $V_0$  [m<sup>3</sup>]、および  $P_0$  [N/m<sup>2</sup>] であったとする。この状態を A と呼ぶ。この時、気体がおもりとピストンを支えている力  $F$  [N] は **数式(イ)** である。

〔I〕状態 A から、ヒーターで気体を加熱し体積が  $2V_0$  になるまで膨張させたとする(過程 I)。この結果得られた状態を B と呼ぶ。この状態 B の気体の温度  $T_B$  [K] は **数式(ウ)** である。この過程 I の間に、ピストンが動いた距離  $X$  [m] は **数式(㉒)** なので、気体が外部にした仕事  $W_1$  [J] は **数式(オ)** となる。一方、気体の内部エネルギーの増加  $\Delta U_1$  [J] は **数式(カ)** だから、気体が吸収した熱量  $Q_1$  [J] は  $T_0$  と  $R$  および  $n$  を用いて表すと **数式(キ)** となる。

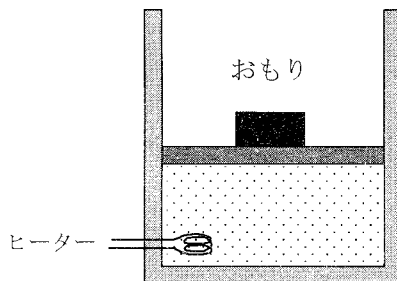


図 1

- 〔Ⅱ〕 同じく最初の状態 A からヒーターで気体を加熱するが、今度はピストンを固定して気体の体積を  $V_0$  に保ったまま温度を  $T_B$  まで上げたとする(過程Ⅱ)。この結果得られた状態を C と呼ぶ。この過程Ⅱで、気体の内部エネルギーの増加  $\Delta U_2$  [J] は 数式(ク) で、気体が外部にする仕事  $W_2$  [J] は 数式(ク) なので、気体が吸収する熱量  $Q_2$  [J] は 数式(コ) となる。
- 〔Ⅲ〕 上の状態 C から、温度を  $T_B$  に保ったまま体積を  $V_0$  から  $2V_0$  まで膨張させたとする(過程Ⅲ)。その結果得られた状態は過程Ⅰで得られた状態 B に等しい。この過程Ⅲで気体が吸収する熱量を  $Q_3$  [J] とする。

問 1. 解答用紙のグラフに、縦軸を  $P$ 、横軸を  $V$  として状態 A の位置が黒丸で示してある。このグラフに、状態 B および C の位置を黒丸で示し、その横にそれぞれ B, C と明示せよ。さらに、過程Ⅰ, Ⅱ, およびⅢについて、状態の変化の軌跡と方向を矢印付きの実線で示し、それぞれにⅠ, Ⅱ, およびⅢと明示せよ。

問 2. 問 1 と同じ解答用紙のグラフに、過程Ⅲで気体が吸収した熱量  $Q_3$  の大きさに相当する領域を、斜線をほどこして示せ。

問 3. 状態 C (温度  $T_B$ , 体積  $V_0$ ) にある時、図 2 のようにシリンダーに体積  $V_0$  の真空の容器をコックを通して接続し、ピストンを固定し熱の出入りを断ったままコックを開いてシリンダー内の気体を噴出させた。気体が容器全体に行き渡った後の気体の温度は、どうなるか。理由とともに 40 字程度で述べよ。ただし、シリンダーと容器をつなぐ管の体積は無視できるものとする。

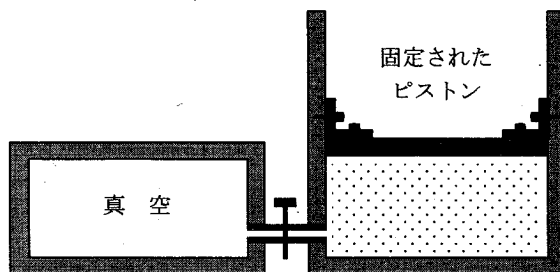


図 2

解答欄

問 1  
および  
問 2

