

[1] 長さ l [m] の棒の両端に、それぞれ質量 m_A [kg], m_B [kg] のおもり A, B を取り付けた物体がある。これを最初、図 1 のように、B を水平な床につけたまま、A には水平方向右向きに力 \vec{F}_A [N] を、B には水平方向左向きに力 \vec{F}_B [N] を加えることにより、鉛直方向から反時計回りに θ_0 [rad] だけ傾いた状態で静止させた。その後、力 \vec{F}_A と力 \vec{F}_B を同時にとり去った。B は床から離れることはなく、B と床との接触は滑らかであるとする。運動中の物体の鉛直方向からの傾きを θ [rad] とし、反時計回りを正とする。重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、おもりの大きさ、棒の質量と太さ、空気の抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。(45 点)

問 1. 力 \vec{F}_A と力 \vec{F}_B によりこの物体を θ_0 だけ傾いた状態で静止させているとき、棒からおもりにはたらく力は棒に平行であるとして次の小問に答えよ。

- (1) 力 \vec{F}_A [N] の大きさを m_A , θ_0 , g で表せ。
- (2) おもり A に棒からはたらく力の大きさ T [N] を m_A , θ_0 , g で表せ。
- (3) おもり B に床からはたらく垂直抗力の大きさ N [N] を m_A , m_B , g で表せ。

問 2. この物体の重心 G は A と B を結ぶ線上にある。重心 G から B までの距離 [m] を l , m_A , m_B で表せ。

問 3. 力 \vec{F}_A と力 \vec{F}_B を同時にとり去った後、この物体には水平方向の力がはたらかないので、重心 G の速度 \vec{V} [m/s] は鉛直方向の速度成分のみを持つ。一方、A, B の速度は、重心 G の速度と、重心 G に対するそれぞれの相対速度の合成になる。A, B の重心 G に対する相対運動は、重心 G を中心とする回転運動である。速度の水平方向成分は右向きを、鉛直方向成分は上向きをそれぞれ正とし、また角速度は反時計回りを正として次の小問に答えよ。

- (1) ある瞬間の相対運動の角速度を ω [rad/s], そのときの物体の鉛直方向からの傾きを θ とする。図 2 を参照して B の重心 G に対する相対速度 \vec{u}_B [m/s] の鉛直方向成分 u_{By} [m/s] を l , m_A , m_B , θ , ω で表せ。
- (2) B が床から離れないので、B の速度の鉛直方向成分は常に 0 となる。図 3 のように鉛直方向からの傾きが θ のとき、重心 G の速度は鉛直下向きで大きさが V [m/s] であった。このときの相対運動の角速度 ω を l , m_A , m_B , θ , V で表せ。

(3) このときの、Bの速度の水平方向成分 V_{Bx} [m/s]、Aの速度の水平方向成分 V_{Ax} [m/s]と鉛直方向成分 V_{Ay} [m/s]を、 m_A 、 m_B 、 θ 、 V のうちから適当なものを用いてそれぞれ表せ。

問 4. 力 \vec{F}_A と力 \vec{F}_B を傾き θ_0 でとり去った後、物体の傾きはしだいに増加する。このとき力学的エネルギーは保存され、おもりAの位置エネルギーが減少した分だけ、おもりAとおもりBの運動エネルギーが増加する。力 \vec{F}_A と力 \vec{F}_B をとり去った後、Aが床に衝突する直前のAの速度の向きと大きさ [m/s]を求めよ。ただし、 θ が $\frac{\pi}{2}$ に達したときにAが床に衝突するものとし、速度の大きさは l 、 θ_0 、 g で表せ。

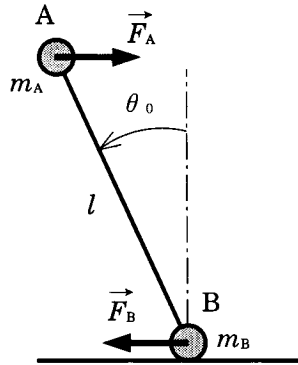


図 1

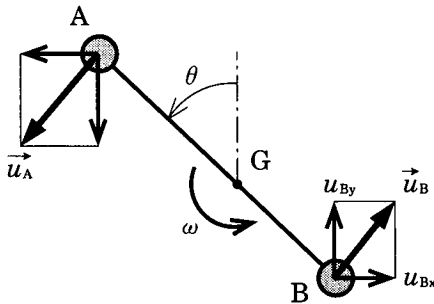


図 2

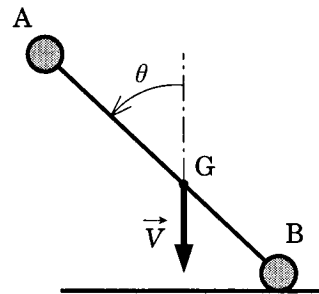


図 3

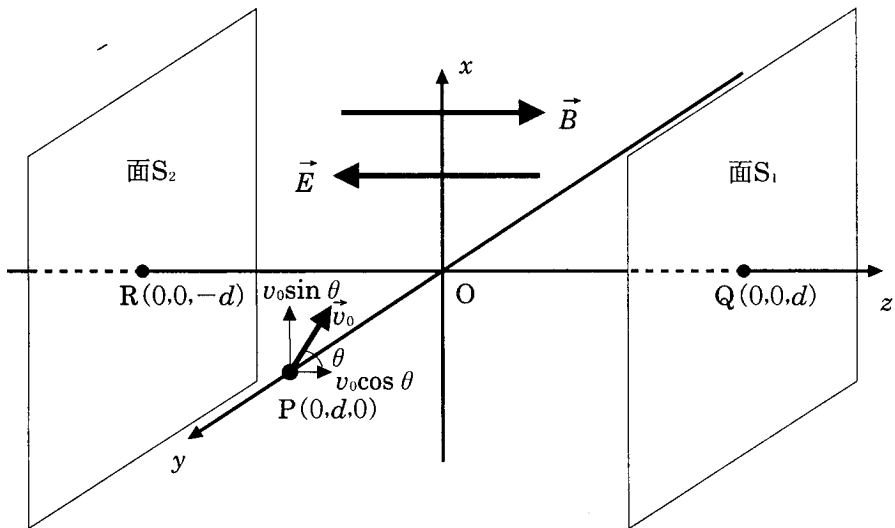
[2] 図のように、真空中で一様な磁束密度 \vec{B} [T] が z 軸の正の向きに、また電界 \vec{E} [V/m] が一様に z 軸の負の向きにかけられている。時刻 $t = 0$ [s] に、質量 m [kg]、電荷 $q (> 0)$ [C] の粒子が、点 $P(0, d, 0)$ から点 P を含み zx 面と平行な平面内で z 軸の正の向きと θ [rad] の角度をなす向きに、初速 v_0 [m/s] で飛び出した。すると磁束密度に垂直な平面内で半径 d [m] の等速円運動をしながら z 軸の正の向きに進むらせん運動を始めた。電荷をもった粒子の運動によって放射される電磁波、電界の変化によって生じる磁界、および重力の影響は無視できるものとする。また、 xy 面に平行で点 $Q(0, 0, d)$ 、点 $R(0, 0, -d)$ を含む十分大きな平面をそれぞれ面 S_1 、面 S_2 とする。以下の問いに答えよ。(45 点)

問 1. 電界 \vec{E} の強さが E_0 [V/m] のとき、点 P を出発してらせん運動をしながら z 軸の正の向きに進んだ粒子は、面 S_1 に到達し、粒子の速度の z 軸方向成分はちょうど 0 になった。

- (1) 磁束密度 \vec{B} の大きさ B [T] を m, q, v_0, θ, d で表せ。
- (2) らせん運動において、半径 d [m] の円を描いて 1 回転するのに要する時間 T [s] を v_0, θ, d で表せ。
- (3) 電界の強さ E_0 [V/m] を m, q, v_0, θ, d で表せ。
- (4) 粒子の z 軸方向の加速度の大きさ a [m/s²] を v_0, d, θ で表せ。
- (5) 点 P を出発した粒子が面 S_1 に到達するまでの時間 t_0 [s] を v_0, d, θ で表せ。
- (6) 時刻 t [s] ($0 \leq t \leq t_0$) での粒子の速度の z 軸方向成分を v_z [m/s] とすると、らせん運動している粒子の全運動エネルギー K [J] は直線運動と等速円運動の運動エネルギーの和であるから、 $K = \frac{1}{2} m (v_z^2 + v_0^2 \sin^2 \theta)$ [J] と表される。このうち $\frac{1}{2} m v_z^2$ [J] を m, v_0, θ, t, t_0 で表せ。

問 2. さらに、電界の強さは E_0 のままでその向きを z 軸の正負の方向に周期的に変えることで、粒子がらせん運動をしながら面 S_1 と面 S_2 間を往復運動するようにしたい。ただし、往復運動中、粒子の折り返し点は面 S_1 と面 S_2 上に常にあるとする。

- (1) このような往復運動をさせるには、どのように電界を時間変化させればよいか。時間範囲 $0 \leq t \leq 5t_0$ での電界の z 成分 E_z [V/m] の時間変化を解答紙に図示せよ。ただし、電界が z 軸の正の向きに加わっているとき、 E_z は正の値をとるものとする。
- (2) 粒子がらせん運動をしながら面 S_1 と面 S_2 間を 1 往復する間に、 N 回転の円運動をした。 N を θ で表せ。
- (3) 時間範囲 $0 \leq t \leq 5t_0$ における粒子の全運動エネルギー K の時間変化を解答紙に図示せよ。



	(1)	
問 2	(2)	$N =$
	(3)	

〔3〕 図1のように、空气中でレーザー光源Sから出た波長 λ 〔m〕の単色光が、半透明の鏡(半透鏡)Hで2つに分けられ、一部の光はHを透過して平面鏡 M_A に向かって進み、残りの光はHで反射して平面鏡 M_B に進む。Hを透過した光は M_A で反射して同じ路をたどりHに戻り、Hで反射して光検出器Dに達する。一方、最初にHで反射して M_B に向った光は M_B で反射した後に同じ路をたどり、Hを透過して M_A で反射した光と重なり干渉しながらDに達する。 M_B はHからの距離が R 〔m〕のところに固定されているが、 M_A はそれに入射する光の進行方向に沿って移動でき、Hと M_A の間の距離を x 〔m〕とする。Sを出て M_A 、 M_B で反射した後、Dに入る光をそれぞれ光線 L_A 、 L_B で表す。

次の文章〔I〕、〔II〕の〔ア〕から〔ク〕に入れるべき数式を、解答欄の所定の欄に記入せよ。ただし、空气中の光の速さは真空中の光の速さ c 〔m/s〕と同じとする。光路長は経路長(光が伝わる距離)と屈折率の積であり、2つの光路長の差を光路差とする。(35点)

〔I〕 M_A を右側にゆっくりとわずかに移動させると、Dで測定された光の強さは図2のように、 $x = x_1$ 〔m〕で極大を示した。この時の光線 L_A の光路長を P_A 〔m〕、光線 L_B の光路長を P_B 〔m〕とする。 M_A の移動距離の2倍だけ光線 L_A の経路長が変化することに注意して、光線 L_A 、 L_B の光路差 $P_A - P_B$ を R 、 x_1 を用いて表すと、

$$P_A - P_B = \boxed{\text{ア}}$$

となる。このとき、Dに入る光の強さが極大を示すので、 $P_A - P_B$ は λ と適当な整数 m を用いて表すことができ、

$$P_A - P_B = \boxed{\text{イ}}$$

となる。 x をさらに増加させると、Dでの光の強さは $x = x_2$ 〔m〕で次の極大を示した。この時光線 L_A の光路長を P'_A 〔m〕として、光路差 $P'_A - P_B$ を λ 、 m を用いて表すと、

$$P'_A - P_B = \boxed{\text{ウ}}$$

となる。したがって、 $x_2 - x_1$ と λ の関係は、

$$x_2 - x_1 = \boxed{\text{エ}}$$

となる。

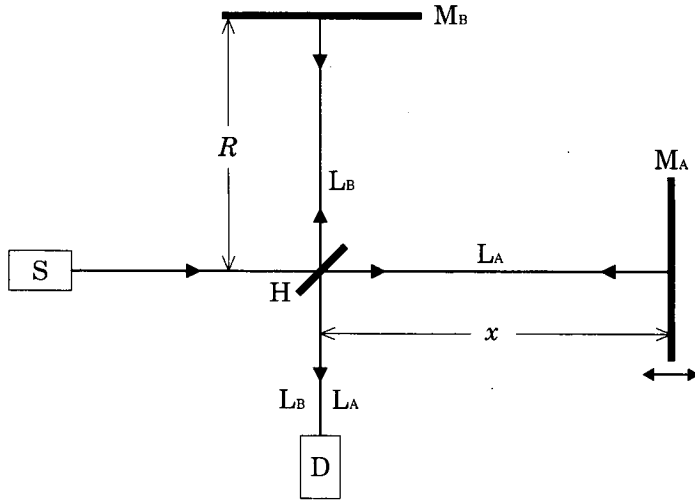


図 1

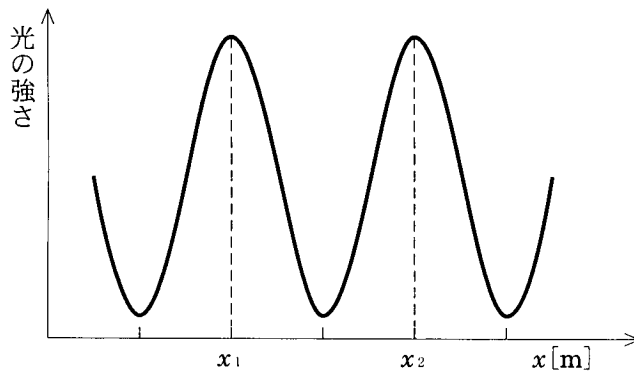


図 2

〔Ⅱ〕 図3のように、HとM_Bの間に厚さが d 〔m〕で屈折率が n ($n > 1$)のうすい透明なフィルムFを、光線L_BがFに垂直に入射するように置いた。ただし、空気とFの境界での光の反射は無視できるものとする。

真空中での光の波長が λ 、速さが c であるから、フィルム中での光の波長は (ア)、光の速さは (カ) となる。Fを置いた場合の光線L_Bの光路長を P_F 〔m〕として、Fを置いたときと置かないときの光路長の変化 $P_F - P_B$ 〔m〕を d 、 n を用いて表すと、

$$P_F - P_B = \text{ (キ) }$$

となる。フィルムFを置くと、 $x = x_1$ において光の強さが極大を示さなくなったので、M_Aを Δx 〔m〕だけ右側に移動させたところ、再び極大が現れた。このとき、 d 、 Δx を用いてFの屈折率 n を表すと、

$$n = \text{ (ク) }$$

となる。ただし、Fは $P_F - P_B < \lambda$ となるようなうすい膜とする。

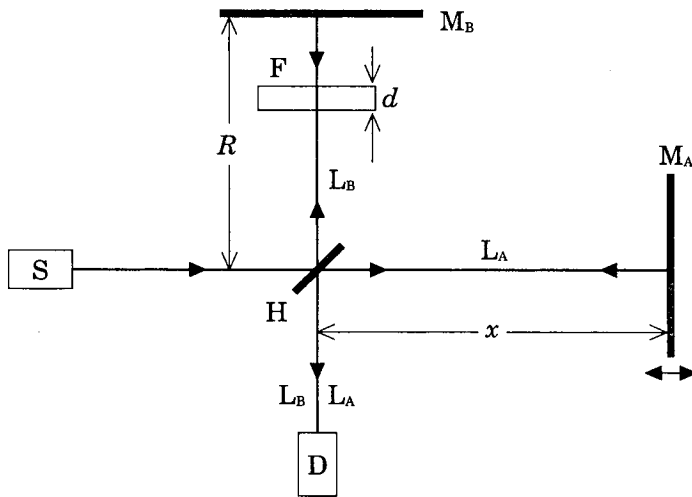


図3