

[1] 図 1(a)に示すように、傾きの角が θ [rad] のなめらかな斜面に対し、斜面左下の O 点を原点とし、直交座標系 x - y を定め、 x 軸を水平に、 y 軸を斜面上に設定する。 y 軸上において、斜面の y 方向 L_0 [m] の位置に置かれた質量 M [kg] の質点が時刻 $t = 0$ [s] で水平方向に初速度 v_0 [m/s] ではじき出されたとする。図 1(b)に示すように、斜面最下部の縁面はなめらかで斜面と直交しており、質点は斜面最下部の縁に衝突しても斜面から離れることはない。質点と斜面最下部の縁との衝突は非弾性衝突であり、そのはね返り係数を e とする。斜面は十分広く、空気の抵抗は無視できる。重力加速度の大きさを g [m/s²] として、以下の問いに答えよ。後でとくに指定がない限り、解答には記号 θ , M , v_0 , L_0 , e , g の中から必要なものを用いるものとする。(45 点)

問 1. 図 1(a)に示した矢印の方向をそれぞれ x , y 軸の正の方向とし、質点が図 1(a)の Q_1 点に達するまでの運動について、以下の問いに答えよ。

- (1) 質点の y 方向の加速度 a_y [m/s²] を符号を含めて求めよ。
- (2) 質点が Q_1 点に達するまでの時間 t_0 [s] を求めよ。
- (3) 図 1(a)で、 OQ_1 間の距離 D_0 [m] を求めよ。

問 2. 質点は、 Q_1 点で斜面最下部の縁と非弾性衝突し、斜面を滑り上がった後、再び斜面を滑り下りる。質点が Q_1 点で斜面最下部の縁と衝突した後の運動について、以下の問いに答えよ。

- (1) 質点が Q_1 点で斜面最下部の縁と衝突した直後の x , y 方向の速度、 v_{x1} [m/s], v_{y1} [m/s] を求めよ。
- (2) Q_1 点で斜面最下部の縁と衝突後、質点は斜面上を滑り上がり、衝突後の運動における最高点 P_1 に達する。斜面最下部の縁と P_1 点との y 方向の距離 L_1 [m] を求めよ。

また、質点が Q_1 点から P_1 点に達するまでの時間 t_1 [s] を求めよ。

- (3) P_1 点に達した質点は斜面を滑り下り、 Q_2 点で 2 度目の衝突を行った後、再び斜面を滑り上り、2 度目の衝突後の運動における最高点 P_2 に達する。以下、同様の現象がくり返され、 Q_n 点で n 度目の衝突を行い、 n 度目の衝突後の運動における最高点 P_n に達する。ここで、 n 度目の衝突直後の y 方向の速度を v'_{yn} [m/s], 斜面最下部の縁と P_n 点との y 方向の距離を L_n [m] として、 v'_{yn}/v'_{y1} , L_n/L_1 を求めよ。なお、解答には記号 n を用いて良い。

- (4) 時刻 $t = 0$ [s] で水平方向にはじき出された質点が斜面最下部の縁と最初に衝突するまでの運動については、質点の軌跡を解答欄の図 1(c) に、 y 方向速度 v_y [m/s] の x 軸に対する変化の概形を解答欄の図 1(d) にそれぞれ示している。

その後の運動につき、 $e = 0.5$ として、第 3 回目の衝突まで図 1(c)、図 1(d) を完成せよ。ただし、図 1(c) には、 Q_2 、 Q_3 、 P_1 、 P_2 各点の位置に黒丸印(●)を Q_2 、 Q_3 、 P_1 、 P_2 の記号と共に記入すること。なお、図 1(d) には記号を記入する必要はない。

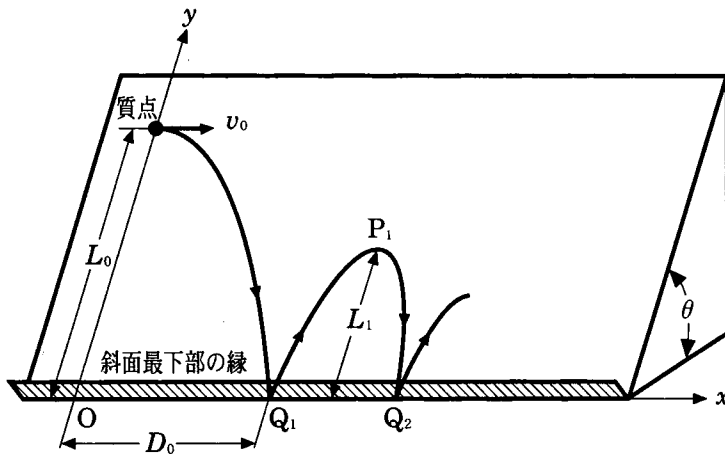


図 1(a)

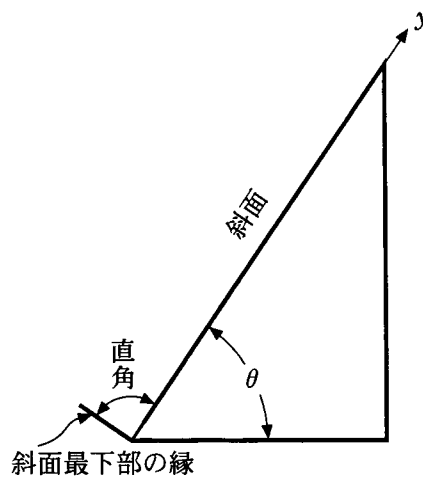


図 1(b)

[2] 図 2 に示すように、イオン源で発生させた質量 m [kg] で正の電荷 q [C] をもつイオンを電圧 V_0 [V] で加速し、紙面に垂直で一様な磁束密度 B [T] の磁場でイオンの進行方向を反転させ、金属板 M でイオンを止める。イオンは金属板 M に到達するまで何にも衝突せず、M に到達したイオンの電荷はすべて M に移る。点 G (図では 3 ケ所) の電位は 0 [V] である。ただし、イオンは紙面内で運動するものとする。以下の問いに答えよ。(45 点)

問 1. スイッチ S_0 を閉じてイオン加速を始めた。点 J でのイオンの初速度を 0 [m/s] とし、JK 間の距離を d [m] とする。

- (1) 点 K を通過後のイオンの速度 v [m/s] を求めよ。
- (2) 磁場の向きは紙面に対して上向きか下向きか。
以下の(3)と(4)の解答には必要なら速度の記号 v を使ってよい。
- (3) イオンが磁場から受ける力の大きさ F [N] を求めよ。
- (4) イオンは点 O で磁場領域に入り、点 P で磁場領域から出る。イオンが点 O から点 P まで飛行するのに要する時間 T_{OP} [s] を求めよ。

問 2. スイッチ S_1 と S_2 は最初閉じていたが、イオン加速開始後にまず S_2 を開き、次に S_1 を開き、さらにある時間の後にスイッチ S_0 を開いてイオン加速を終えたところ、金属板 M の電位 V_M が kV_0 [V] になった ($0 \leq k \leq 1$ である)。コンデンサー C_1 の電気容量は C_1 [F] である。

- (1) 金属板 M に到達したイオンの個数 n を求めよ。
- (2) コンデンサー C_1 に蓄えられた静電エネルギー U_1 [J] と、加速された n 個のイオンが持っていたエネルギー U_0 [J] との比 (U_1/U_0) を求めよ。

問 3. その後にスイッチ S_1 を開いたままで S_2 を閉じたところ、金属板 M の電位 V_M が周期 T_M [s] で振動した。コイル L の自己インダクタンスは L [H]、コンデンサー C_2 の電気容量は C_2 [F] である。

- (1) 周期 T_M [s] を求めよ。
- (2) コイル L を流れる電流は 0 [A] を中心に振動する。その電流の大きさが最大になった時に、コイル L の両端にかかる電圧が 0 [V] になり、コンデンサー C_1 と C_2 それぞれの両端にかかる電圧が互いに等しくなる。この時の V_M [V] を求めよ。
- (3) V_M の最大値 V_{\max} [V] と最小値 V_{\min} [V] とを求めよ。

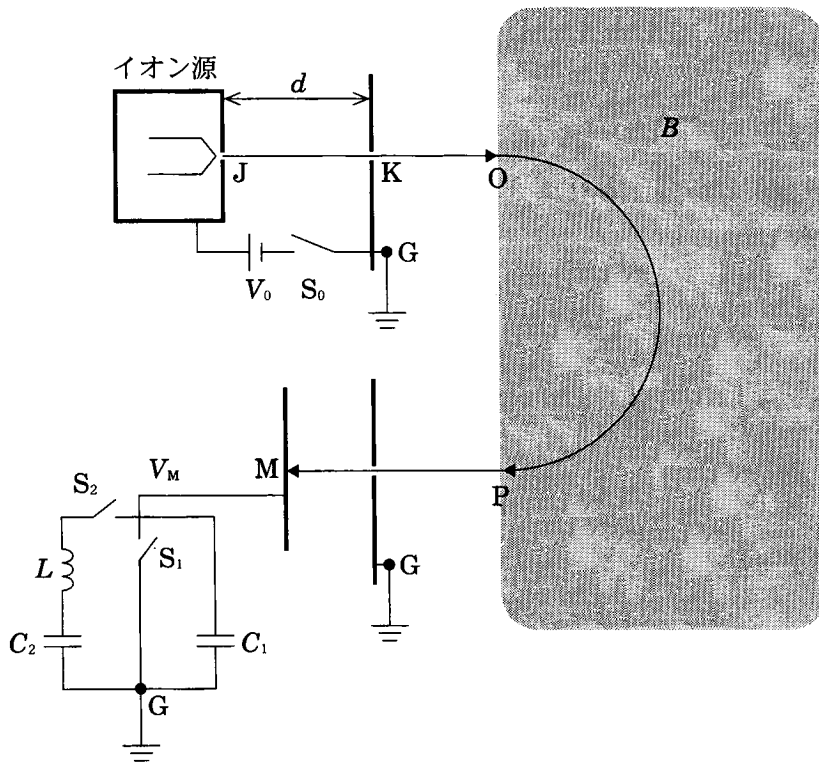


図 2

- [3] 図 3(a)のように 1 辺の長さ l の立方体(体積 V)の箱の中に、1 個の質量が m の単原子分子の気体が n モル(分子総数 N 個)入っている。気体分子どうしの衝突はなく、気体分子と立方体の壁(面)との衝突は完全弾性衝突とする。この気体の絶対温度を T 、圧力を p 、気体定数を R とするとき、以下の問いに答えよ。(35 点)

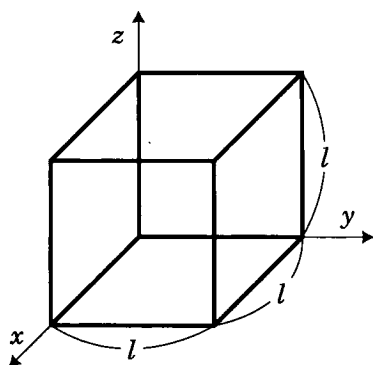


図 3(a)

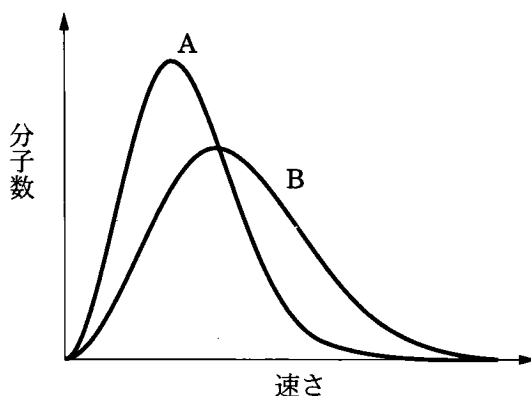


図 3(b)

- 問 1. ある温度での各気体分子の速さは一定ではなく、通常、山なりの速度分布曲線を示す。以下の文章のカッコの中を埋めよ。
- (1) 気体の温度を変えたら、図 3(b)のように A, B ふたつの速度分布曲線が得られた。気体分子の平均の速さが速いのは A, B のうち(①)であり、温度が低いのは A, B のうち(②)である。
 - (2) これらの気体分子の x 方向の速度成分 v_x の二乗平均 $\langle v_x^2 \rangle$ と速度の二乗平均 $\langle v^2 \rangle$ の関係は $\langle v_x^2 \rangle =$ (③) となり、全ての気体分子でこのような関係が成り立っているとしてよい。そこで、1 個の気体分子が x 方向の壁に与える力 F は力積と運動量変化の関係を考慮して $m, l, \langle v^2 \rangle$ で表すと $F =$ (④) となることから、圧力 p は $N, m, V, \langle v^2 \rangle$ で表すと $p =$ (⑤) と表現される。

問 2. 箱の中の気体を理想気体とするとき、以下の文章のカッコの中を埋め、(3)では文章で答えよ。

- (1) 内部エネルギー U は (⑥) と (⑦) の和であるが、理想気体は (⑦) を無視した気体である。よって、内部エネルギー U は ⑤ を参考にして V と p で表すと $U =$ (⑧) となるが、理想気体の状態方程式より内部エネルギー U は n , R , T で表すと $U =$ (⑨) となり、内部エネルギー U は温度とモル数だけの関数となる。
- (2) 気体に熱量を加えたときの内部エネルギーの変化量を ΔU 、体積の変化量を ΔV 、温度の変化量を ΔT とする。このとき、熱力学第 1 法則を参考にすると、気体のモル比熱 C は ΔU , ΔV , ΔT , n , p を用いて $C =$ (⑩) + (⑪) と表される。⑪ は定積モル比熱 C_v の意味をもち、 R だけで表されて $C_v =$ (⑫) となる。定圧モル比熱 C_p も同様に R だけで表されて $C_p =$ (⑬) となる。
- (3) 問 2 の(2)で C_p が C_v よりも大きくなった理由を 70 字以内で述べよ。
- (4) 箱の中の理想気体が水素分子のような 2 原子分子であるとした場合は、内部エネルギーとして (⑭) の運動エネルギーなども考慮する必要がある。その結果、 C_v や C_p は単原子分子の気体の場合よりも (⑮) なる。この場合、 C_p と C_v の差は単原子分子の気体の場合と比較すると (⑯) なっている。また、 C_p の C_v に対する割合である C_p/C_v は単原子分子の気体の場合と比較すると (⑰) なっている。