

## 平成16年度入学試験問題

# 理 科

### (注 意 事 項)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 届け出た選択科目以外は解答してはならない。
3. 問題冊子のページ及び解答紙は次のとおりである。「始め」の合図があったら届け出た選択科目についてそれぞれを確認すること。

科 目	問 題 冊 子	解 答 紙	
	ペ ー ジ	解答紙番号	枚 数
物理ⅠB・物理Ⅱ	1 ～ 10	17 ～ 19	3
化学ⅠB・化学Ⅱ	11 ～ 26	20 ～ 25	6
生物ⅠB・生物Ⅱ	27 ～ 40	26 ～ 31	6
地学ⅠB・地学Ⅱ	41 ～ 51	32 ～ 36	5

4. 各解答紙の2箇所を受験番号を記入すること。
5. 解答はすべて解答紙の所定の欄に記入すること。
6. 計算その他を試みる場合は、解答紙の裏又は問題冊子の余白を利用すること。
7. 経済学部経済工学科の配点は、表示されているものの $\frac{4}{5}$ 、医学部保健学科看護学専攻については $\frac{2}{5}$ です。

# 物 理 I B · 物 理 II

[ 1 ] 図1に示すように、水平面PTと角度 $30^\circ$ をなす斜面PQ、半径 $r$  [m]の円弧状の曲面QRS、および水平面と角度 $45^\circ$ をなす斜面STが継ぎ目なく連続した面PQRST上での、質量が $m$  [kg]の小物体の運動を考える。斜面PQおよび円弧状の曲面QRSの部分は摩擦がなく滑らかであるが、右側の斜線で示した斜面STは動摩擦係数が $\mu'$ である摩擦のある面とする。円弧状の曲面は図のように水平面PTに接する円筒の一部であり、円弧の頂点Rから水平面PTに下ろした垂線と水平面の交点を $R'$ とすると、水平方向の距離 $\overline{PR'}$ 、 $\overline{R'T}$ はいずれも $r$ を用いて表され、それぞれ、 $\overline{PR'} = (2 + \sqrt{3})r$ 、 $\overline{R'T} = (1 + \sqrt{2})r$ である。小物体は十分小さいため、大きさを考える必要はなく、つねに面に接触して運動すると見なすことができる。重力加速度の大きさを $g$  [m/s<sup>2</sup>]とする。ただし、バネを縮める際の小物体の重力による位置エネルギーの変化は無視する。また空気の抵抗は無視できるものとする。(45点)

問 1. 質量 $m$ の小物体を、バネ定数が $k$  [N/m]で質量の無視できるバネに接触させ、バネが自然長のとき小物体がちょうどP点に位置するような支持台を設ける。バネを自然長から長さ $x_0$  [m]だけ縮めたのちに、小物体を斜面PQに沿って発射させた。P点を通過するときの斜面に沿った方向の速度の大きさ $v_0$  [m/s]を求めよ。

問 2. 小物体が斜面PQに沿って上向きに運動を開始した後の運動について以下の問いに答えよ。解答はそれぞれ $\mu'$ 、 $m$ 、 $r$ 、 $g$ 、 $k$ の中から必要なものを用いて表せ。

(1) 斜面PQを上昇中に小物体に作用する力をすべて述べ、それらの大きさを示せ。

(2) 小物体が円弧の頂点Rを越えて運動するためには、バネを自然長よりある長さ縮めなければならない。その最小値を求めよ。

問 3. 小物体が頂点Rを越えて点Sまで円弧の表面から離れることなく運動するためには、バネを自然長から縮める長さ $x_0$ について最大値が存在する。この最大値を求め、問2(2)の結果から得られる最小値とあわせて、 $x_0$ の満たすべき範囲を求めよ。解答は $x_0$ 、 $\mu'$ 、 $m$ 、 $r$ 、 $g$ 、 $k$ の中から必要なものを用いて表せ。

問 4. 小物体が面から離れることなく円弧の頂点を越えて運動を続け、点 S に達した後の運動について、以下の問いに答えよ。ただし、斜面の下端 T 点では反発係数(はねかえり係数) $e$ の壁が、斜面に垂直に立っているものとする。解答は  $x_0, \mu', m, r, g, k, e$  の中から必要なものを用いて表せ。

- (1) 小物体が点 S に達したときの小物体の速度の大きさ  $v_S$  [m/s] を、 $x_0$  を含む式で表せ。
- (2) 小物体が斜面 ST に沿って運動し T 点で壁に衝突した。衝突直前の速度の大きさ  $v_T$  [m/s] を、 $v_S$  を含む式で表せ。さらに衝突直後の小物体の速度の大きさ、および壁が小物体に加えた力積の大きさを、それぞれ  $v_T$  を用いて表せ。
- (3) 衝突後、斜面に沿って上向きに運動していた小物体が、ちょうど S 点まで上昇して静止したとすれば、最初のバネの縮み  $x_0$  はいくらであったか求めよ。また、特に  $e = 1$  である場合に、この運動が実現できるためには、斜面 ST の動摩擦係数  $\mu'$  はどのような範囲の値でなければならないか。

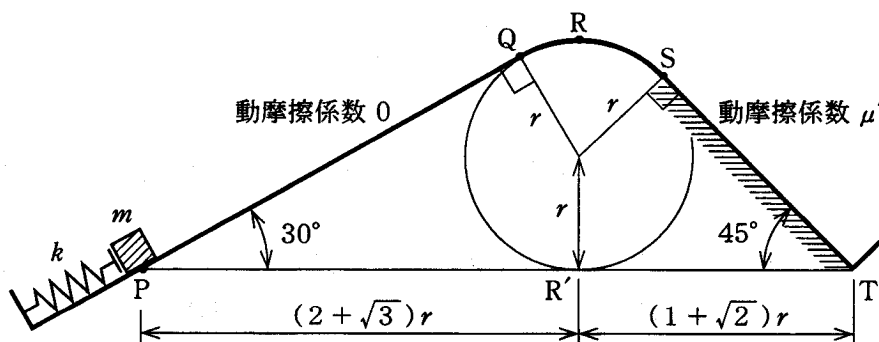


図 1

[2] 図2に示すように、長さ  $2h$  [m] の2本の導体のレールを間隔  $d$  [m] で平行に並べ垂直に立てる。レールの上端(点ア、イ)を原点として、鉛直下向きに  $x$  軸をとる(単位 [m])。このレールに、質量  $m$  [kg] の導体棒を両端が点ウ、エでレールに接して水平を保ちながら動けるように取り付けた。レールの上半分 ( $0 \leq x \leq h$ ) は滑らかで摩擦はないが、下半分 ( $h \leq x \leq 2h$ ) ではレールと導体棒の間の動摩擦係数は  $\mu'$  である。レールには、スイッチ  $S$  を介して電気容量  $C$  [F] のコンデンサーまたは抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] の抵抗が接続できるようになっており、磁束密度の大きさが  $B$  [T] の一様な磁界が図のように加えられている。ただし磁界の向きは、2本のレールを含む鉛直平面に直交する方向から角度  $\theta$  [rad] だけ上向きに傾いている。最初にスイッチ  $S$  を初期電気量 0 のコンデンサーに接続した状態で導体棒をレールの上部 ( $x = 0$ ) から初速度 0 で落下させた。導体棒がレールの中間点 ( $x = h$ ) に達した瞬間にスイッチ  $S$  をコンデンサーから切り離し、抵抗  $R$  に接続した。

重力加速度の大きさを  $g$  [ $\text{m/s}^2$ ] とし、導体棒に作用する空気抵抗や回路に流れる電流による磁界は無視できるものとして、以下の問いに答えよ(45点)。

問 1. レールがコンデンサー  $C$  に接続されている区間 ( $0 \leq x \leq h$ ) について

- (1) 導体棒の落下速度を  $v$  [ $\text{m/s}$ ]、加速度を  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ]、導体棒に流れる電流を  $I$  [A] とするとき、 $x$  方向(鉛直方向)の運動方程式を  $I$  を含む式で表せ。
- (2) 四角形アイウエを垂直に貫く磁束の大きさ  $\Phi$  [Wb] を  $x$  を含む式で表せ。
- (3) コンデンサーに蓄えられる電気量  $Q$  [C] を導体棒の落下速度  $v$  を含む式で表せ。
- (4) 導体棒を流れる電流  $I$  を  $C$ 、 $a$  を含む式で表せ。
- (5) (1)、(4)の結果を用いると、加速度  $a$  が重力加速度の大きさ  $g$  に比例することを示すことができる。その比例定数を求めよ。

問 2. レールが電気抵抗  $R$  に接続されている区間 ( $h \leq x \leq 2h$ ) について

- (1) 導体棒の落下速度を  $v$ 、加速度を  $a$  とするとき、 $x$  方向(鉛直方向)の運動方程式を  $R$ 、 $v$ 、 $B$  を含む式で表せ。

- (2) ある時間が経過した後、導体棒の落下速度  $v$  は  $v_0$  で一定になった。 $v_0$  を求めよ。
- (3) 導体棒の落下速度が  $v_0$  で一定になった後に、電気抵抗  $R$  で消費される電力  $P_1$  と導体棒を摩擦力に抗して動かすのに必要な仕事率  $P_2$  を  $v_0$  を含む式で表せ。
- (4) 導体棒の位置エネルギーの単位時間あたりの変化は、(3)で求めた  $P_1$  と  $P_2$  の和に等しくなることを、導体棒の落下速度が  $v_0$  で一定になった場合について示せ。

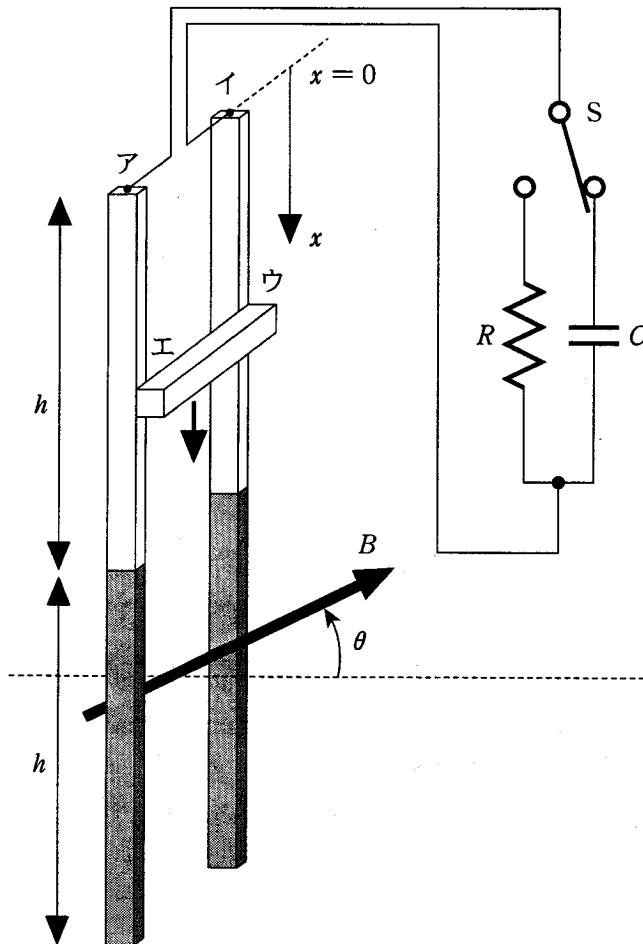


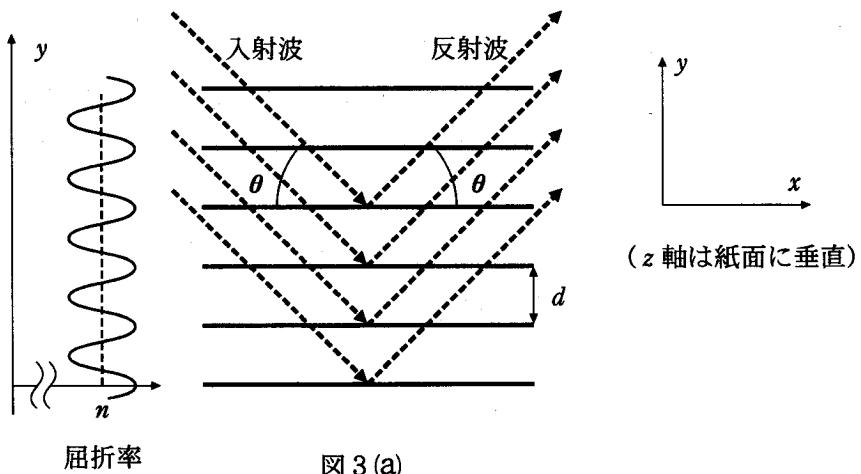
図 2

〔3〕 現代生活を支える情報処理技術において、光を用いた情報処理が広く利用されるようになってきている。以下では光の制御法の一つとして、音波を用いて透明媒質を通る光の進行方向を変える方法について考えてみよう。

なお真空中の光速を  $c$  [m/s]、プランク定数を  $h$  [J・s] とする。また、透明媒質の平均屈折率を  $n$ 、音速を  $v$  [m/s] とする。(35 点)

問 1. 図 3(a) に示すように  $y$  軸方向に間隔  $d$  [m] で周期的に屈折率が変化する透明媒質を考える。この透明媒質では  $y$  軸に垂直な平面 ( $xz$  面) 上で屈折率は一様であるとする。この透明媒質に光や X 線などの電磁波を入射しよう。入射電磁波の進行方向と  $y$  軸とを含む平面を、 $xy$  面とする。このとき透明媒質を伝わる電磁波は図 3(a) のような反射を受ける。

- (1) 電磁波の周波数(振動数)を  $\nu_i$  [Hz] とするとき、透明媒質中での電磁波の波長  $\lambda_i$  [m] はどのように表されるか。
- (2) 図 3(a) のように  $xz$  面と入射電磁波の進行方向のなす角を  $\theta$  [rad] とする。角度  $\theta$  を変えると、ある  $\theta$  で強い反射波が観測された。このときの条件は、最も屈折率の高い各平面だけからの反射を考えれば、結晶中での X 線のブラッグ反射の条件と同様に導くことができる。その条件を  $d$ 、 $\lambda_i$ 、 $\theta$  を使い書け。



問 2. 一般に密度変化は屈折率変化を引き起こすので、屈折率が一様な透明媒質に対しても音波を通すことによって、問 1 で述べたような屈折率が周期的に変化する状態を作り出すことができる。この現象を利用すれば、図 3 (b) に示すように音波のあるなしで光の進行方向を制御できる。

屈折率変化の間隔を  $d = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  とするのに、必要な音波の周波数を求めよ。ただし音速を  $v = 3.0 \times 10^3 \text{ m/s}$  とする。

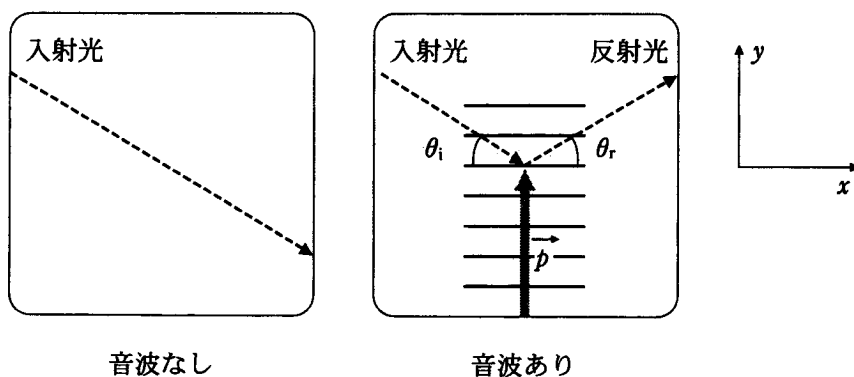


図 3 (b)

問 3. 光は波動性と粒子性を持っている。入射光の光子のエネルギー  $E_i$  [J] と反射光の光子のエネルギー  $E_r$  [J] を、入射光の周波数  $\nu_i$  [Hz]、反射光の周波数  $\nu_r$  [Hz] を含む式で表せ。

問 4. 光と同様、音も波動性と粒子性を持っている。以下では問 2 での現象を粒子性の立場から考えてみよう。図 3 (b) で透明媒質に音波を通した場合は、透明媒質中を進行する音の粒子 1 個と入射光子 1 個が衝突した結果、入射光子が音の粒子を吸収して反射光子 1 個になる現象と考えられる。

ここで、音の粒子のエネルギー  $E$  [J] および運動量の大きさ  $p$  [kg · m/s] は、周波数  $f$  [Hz] と波長  $d$  [m] によって

$$E = hf$$

$$p = \frac{h}{d}$$

と表され、運動量  $\vec{p}$  の向きは音の進行する向きと一致する。

図 3 (b) でも図 3 (a) と同様に  $x$  軸、 $y$  軸および角度  $\theta_i$  [rad]、 $\theta_r$  [rad] をとり、音波が  $y$  軸正方向に伝わるものとして以下の問題に答えよ。

- (1) 光子と音の粒子の衝突前後のエネルギー保存の法則を  $h, f, \nu_i, \nu_r$  を使い表せ。
- (2) 同様に、光子と音の粒子の衝突前後の運動量保存の法則を  $x$  軸,  $y$  軸方向について  $h, \lambda_i, \lambda_r, d, \theta_i, \theta_r$  を使い表せ。ただし,  $\lambda_i$  [m],  $\lambda_r$  [m] はそれぞれ入射光, 反射光の波長である。
- (3)  $\frac{f}{\nu_i}$  が十分小さい場合には,  $\frac{\nu_r}{\nu_i} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r} = 1$  とすることができる。このとき,  $\theta_r = \theta_i$  となることを示せ。
- (4) 同じく(3)の条件が満たされるとき,  $\theta_r = \theta_i = \theta$  において, 運動量保存則からブラッグ反射と同様の関係式を導け。