$\boxed{1}$ (30 点)

数列$\{a_n\}$ の初項a_1から第n項a_nまでの和をS_nと表す．この数列が

$$a_1 = 1,\ \lim_{n \to \infty} S_n = 1,\ n(n-2)a_{n+1} = S_n\ (n \geqq 1)$$

を満たすとき，一般項a_nを求めよ．

$\boxed{2}$

(35 点)

半径 1 の円周上に相異なる 3 点 A, B, C がある.

(1) $AB^2 + BC^2 + CA^2 > 8$ ならば△ABC は鋭角三角形であることを示せ.

(2) $AB^2 + BC^2 + CA^2 \leqq 9$ が成立することを示せ. また, この等号が成立するのはどのような場合か.

3

(30 点)

$f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+1$ は整数を係数とする x の4次式とする．4次方程式 $f(x)=0$ の重複も込めた4つの解のうち，2つは整数で残りの2つは虚数であるという．このとき a，b，c の値を求めよ．

$\boxed{4}$

(35 点)

(1) $x \geqq 0$ で定義された関数 $f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$ について，導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) 極方程式 $r = \theta\ (\theta \geqq 0)$ で定義される曲線の，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ の部分の長さを求めよ.

$\boxed{5}$

(35 点)

a，b，c を実数とする．$y = x^3 + 3ax^2 + 3bx$ と $y = c$ のグラフが相異なる 3 つの交点を持つという．このとき $a^2 > b$ が成立することを示し，さらにこれらの交点の x 座標は開区間 $(-a - 2\sqrt{a^2 - b},\ -a + 2\sqrt{a^2 - b})$ に含まれていることを示せ．

$\boxed{6}$

(35 点)

$0 < \theta < 90$ とし，a は正の数とする．複素数平面上の点 z_0，z_1，z_2，…をつぎの条件(i)，(ii)を満たすように定める．

(i)　$z_0 = 0$，$z_1 = a$

(ii)　$n \geqq 1$ のとき，点 $z_n - z_{n-1}$ を原点のまわりに $\theta°$ 回転すると点 $z_{n+1} - z_n$ に一致する．

このとき点 $z_n (n \geqq 1)$ が点 z_0 と一致するような n が存在するための必要十分条件は，θ が有理数であることを示せ．

問題は，このページで終わりである．

◇M5(545—29)