

1

(30 点)

正の数からなる数列  $\{a_n\}$  が次の条件 (i), (ii) をみたすとき,  $\sum_{k=1}^n a_k$  を求めよ.

(i)  $a_1 = 1$

(ii)  $\log a_n - \log a_{n-1} = \log(n-1) - \log(n+1) \quad (n \geq 2)$

**2**

(35 点)

$f(x) = x \sin x$  ( $x \geq 0$ ) とする. 点  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  における  $y = f(x)$  の法線と,  $y = f(x)$  のグラフの  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  の部分, および  $y$  軸とで囲まれる図形を考える. この図形を  $x$  軸の回りに回転して得られる回転体の体積を求めよ.

3

(30 点)

四面体  $OABC$  は次の 2 つの条件

- (i)  $OA \perp BC, OB \perp AC, OC \perp AB$
- (ii) 4 つの面の面積がすべて等しい

をみたしている. このとき, この四面体は正四面体であることを示せ.

4

(35 点)

多項式  $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$  は多項式  $x^2 + x + 1$  で割り切れるか.

5

(35点)

$a, b, c, d$  を実数とする. 2 次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  と 2 次の単位行列

$E$  に対して, 集合  $L(A)$  を

$$L(A) = \{rE + sA \mid r, s \text{ は実数}\}$$

とする. このとき次の条件(\*)が成立するための,  $a, b, c, d$  についての必要十分条件を求めよ.

(\*)  $L(A)$  の要素  $B$  は零行列でなければ逆行列をもつ

6

(35 点)

$n$  チームがリーグ戦を行う。すなわち、各チームは他のすべてのチームとそれぞれ 1 回ずつ対戦する。引き分けはないものとし、勝つ確率はすべて  $\frac{1}{2}$  で、各回の勝敗は独立に決まるものとする。このとき、 $(n-2)$  勝 1 敗のチームがちょうど 2 チームである確率を求めよ。ただし、 $n$  は 3 以上とする。