

前

平成 19 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 (理系・乙)

200 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに 16 ページある。
3. 問題は全部で 6 題ある(1 ページから 2 ページ)。
4. 筆答開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙にはこれら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(30 点)

以下の各問にそれぞれ答えよ。

問 1. 定積分 $\int_0^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+4}} dx$ を求めよ。

問 2. 1 歩で 1 段または 2 段のいずれかで階段を昇るとき、1 歩で 2 段昇ることは連続しないものとする。15 段の階段を昇る昇り方は何通りあるか。

2

(30 点)

x, y を相異なる正の実数とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 0, a_{n+1} = xa_n + y^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定めるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ が有限の値に収束するような座標平面上の点 (x, y) の範囲を図示せよ。

3

(35 点)

p を 3 以上の素数とする。4 個の整数 a, b, c, d が次の 3 条件

$$a + b + c + d = 0, ad - bc + p = 0, a \geq b \geq c \geq d$$

を満たすとき、 a, b, c, d を p を用いて表せ。

4

(35点)

点Oを中心とする円に内接する $\triangle ABC$ の3辺AB, BC, CAをそれぞれ2:3に内分する点をP, Q, Rとする。 $\triangle PQR$ の外心が点Oと一致するとき、 $\triangle ABC$ はどのような三角形か。

5

(35点)

Aを2次の正方行列とする。列ベクトル \vec{x}_0 に対し、列ベクトル $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots$ を

$$\vec{x}_{n+1} = A\vec{x}_n \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

によって定める。ある零ベクトルではない \vec{x}_0 について、3以上の自然数 m で初めて \vec{x}_m が \vec{x}_0 と一致するとき、行列 A^m は単位行列であることを示せ。

6

(35点)

すべての実数で定義され何回でも微分できる関数 $f(x)$ が $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ を満たし、さらに任意の実数 a, b に対して $1 + f(a)f(b) \neq 0$ であって

$$f(a+b) = \frac{f(a) + f(b)}{1 + f(a)f(b)}$$

を満たしている。

- (1) 任意の実数 a に対して、 $-1 < f(a) < 1$ であることを証明せよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフは $x > 0$ で上に凸であることを証明せよ。

問題は、このページで終わりである。