

# 物 理

(3問題 100点)

## 物理問題 I

次の文を読んで、には適した式または数を、また、{      }には適切なものの番号を一つ選んで、それぞれの解答欄に記入せよ。

図1のように、水平面と角度 $\theta$ をなす斜面をもった質量 $M$ の台車が、水平な床面に敷設された直線のレール上を摩擦なしに滑らかに動けるように置かれている。いま、時刻 $t=0$ に、台車の斜面の下端点 $O$ から質量 $m$ の小球が、斜面に沿って、大きさ $v_0$ の初速度で動き出した。このとき、台車の初速度はゼロで、小球の初速度の方向は、斜面の下端線 $OO'$ から測った斜面内の仰角が $\alpha$ であった。ここで、下端線 $OO'$ は床面に平行でレールと垂直である。また、斜面は滑らかで、小球と斜面の間に摩擦はないとして、小球が動き出した後の小球および台車の運動を議論しよう。ただし、斜面は十分に広く、小球は再び斜面の下端線 $OO'$ に戻ってくるまでは斜面から飛び出さず、また、台車の車輪は4つともレールから離れることはないと仮定する。

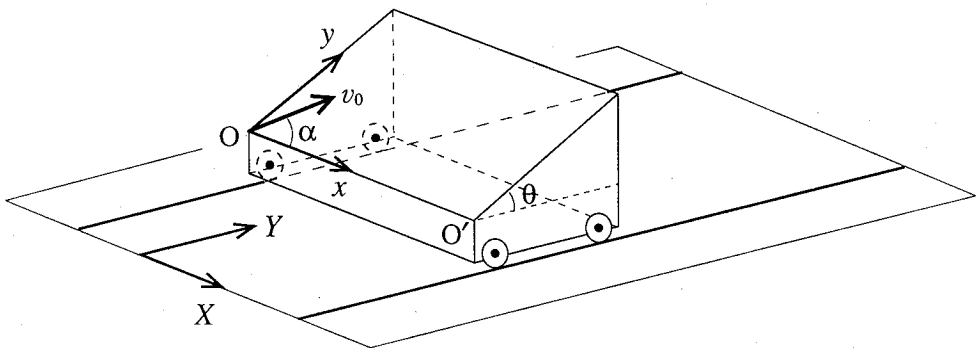


図1

床面に固定した水平面内の直交座標系の $X$ 、 $Y$ 軸、および台車に固定した斜面上の直交座標系の $x$ 、 $y$ 軸を、それぞれ、図1に示したようにとる。ただし、 $Y$ 軸はレールに、 $X$ 軸は $x$ 軸に、それぞれ平行で、 $x$ 、 $y$ 軸の原点は下端点 $O$ であり、 $y$ 軸

は斜面の最大傾斜の方向を向いている。また、重力加速度を  $g$  とする。

- (1) 小球が斜面上を運動している間、台車は、床面から見て  $Y$  方向に速度  $V$ 、加速度  $A$  で運動している。台車から見た小球の速度の  $x, y$  成分を  $v_x, v_y$ 、加速度を  $a_x, a_y$  と記す。まず、床面から見れば、小球の速度の  $Y$  成分は、 $V, v_y, \theta$  で表して  となるから、小球と台車からなる系の  $Y$  軸方向の運動量保存則は、 と書ける。この保存則を表す式の時間変化率を考えれば、速度の時間変化率が加速度であることから、台車の加速度  $A$  と小球の加速度の  $y$  成分  $a_y$  との間に、

$$A = \text{ハ} \times a_y \dots\dots\dots(1)$$

の比例関係式が成り立っていることがわかる。

- (2) つぎに、斜面に固定した座標系に乗って、小球の運動を考えよう。台車の加速度  $A$  による慣性力も考慮して、小球の運動方程式は、

$$\begin{aligned} x \text{ 成分: } ma_x &= \text{ニ} \\ y \text{ 成分: } ma_y &= \text{ホ} \end{aligned}$$

となる。ここで(1)式により  $A$  を消去すれば、小球の加速度は  $g, m, M, \theta$  を用いて、

$$\begin{aligned} a_x &= \text{ヘ} \\ a_y &= \text{ト} \end{aligned}$$

と求められる。

- (3) 以下、簡単のため、 $M = 2m, \theta = 30^\circ, \alpha = 45^\circ$  の場合を考え、 に記入する解答は文字  $m, g, v_0, t$  を用いて表せ。

時刻  $t$  での小球の斜面上での位置は

$$\begin{aligned} x &= \text{チ} \\ y &= \text{リ} \end{aligned}$$

で与えられ、したがって、小球はある時刻  $t = T$  に最高点に達し、時刻  $t = 2T$  に再び下端に戻る。この  $T$  は  で与えられる。

また、時刻  $t = 2T$  での台車の速度  $V$  は  となり、小球が斜面を離れた後 ( $t > 2T$ )、台車はこの速度で等速運動をすることになる。

時刻  $t$  ( $0 < t < 2T$ ) のとき、小球に対する運動方程式の斜面に垂直な方向成分を考えれば、小球が斜面から受ける垂直抗力が  $\boxed{\text{ア}}$  の大きさであることがわかる。さらに、台車に働く力の鉛直方向成分のつりあいを考えることにより、台車が床から受ける垂直抗力の大きさは  $\boxed{\text{イ}}$  となることがわかる。これは小球と台車の総重量  $3mg$  より【カ：① 大きい、② 大きくも小さくもなる、③ 小さい】。

## 物理問題 II

次の文を読んで、には適した式または数値を、それぞれの解答欄に記入せよ。また、{  }には**選択図**(グラフ)あるいは**選択肢**から適したものを選び、その番号を解答欄に記入せよ。ただし、真空の誘電率を $\epsilon_0$ 、真空中の光の速度を $c$ 、プランク定数を $h$ とする。

- (1) 金属の内部には自由に運動している自由電子が存在しており、金属中を流れる電流はこの自由電子の運動によるものである。金属の内部では、自由電子の負電荷は金属原子の正電荷と打ち消しあって、正味の電荷はゼロになっている。しかし、質量の小さな電子は動きまわりやすく、**図1(a)**に示すように、一部の自由電子は金属の表面からはみ出して存在している。このため、**図1(b)**のように表面付近では自由電子による負電荷分布と金属原子による正電荷分布との均衡が崩れており、表面のすぐ外側には電子による負電荷層が形成され、逆に表面のすぐ内側では電子密度の減少により正電荷層が形成される。

いま、表面付近に形成される正および負の電荷層を、**図1(c)**のように、それぞれ面電荷で近似する。これは真空中に置かれた帯電した平行板コンデンサー(電極間隔 $t$ )の電荷分布と見なすことができる。また、金属の内部の電位を0とする。このとき、表面付近の電位 $V$ は、金属の内から外に向かった $x$ 軸の正方向に対して、【あ：**選択図1**より**選択**】

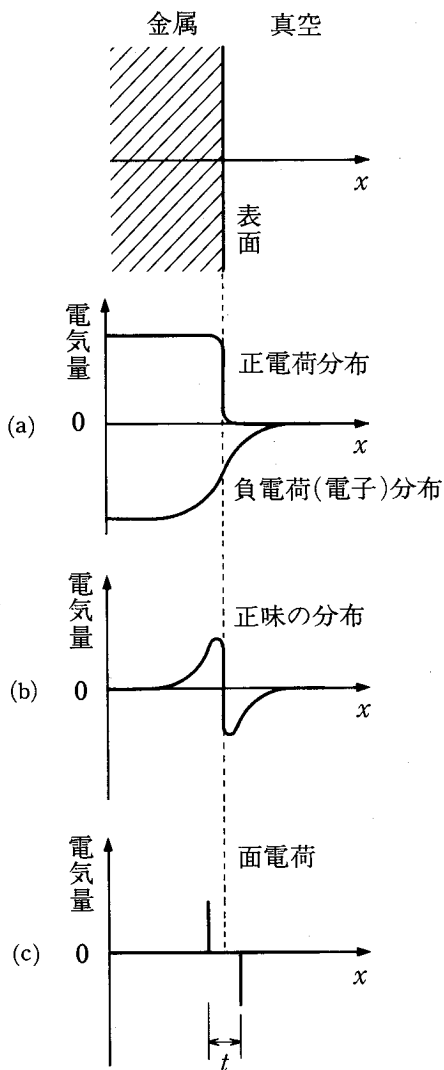
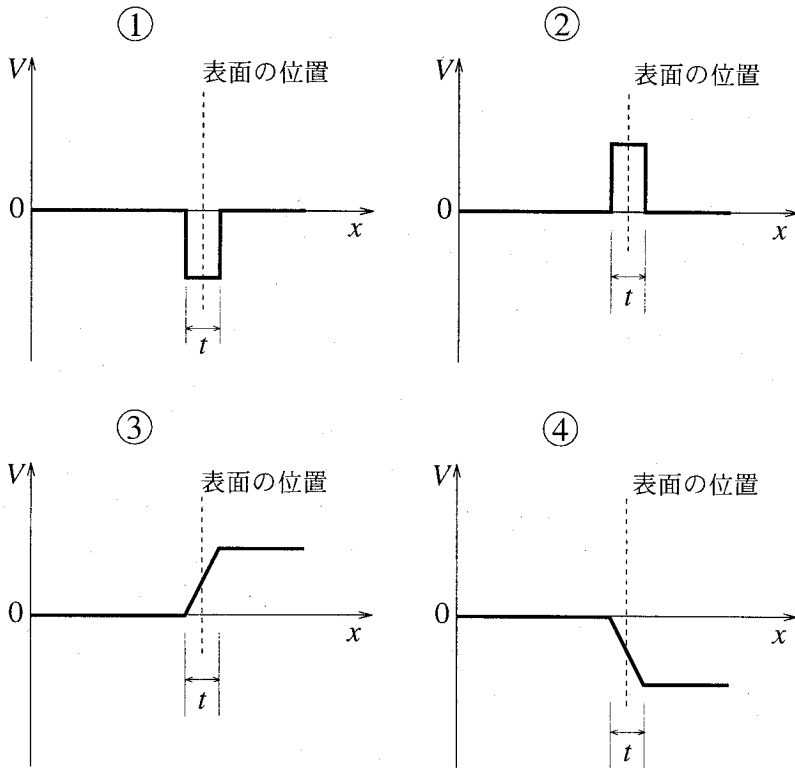


図1

のように変化する。また、コンデンサーの電極表面の単位面積当たりの電荷を  $+\sigma$  および  $-\sigma$ 、電子の電荷を  $-e$  ( $e > 0$ ) とするとき、平行板コンデンサーの電極間の電位差は、い となる。したがって、金属内部の自由電子を金属の外に取り出すために必要なエネルギー  $W$  は、う となる。このエネルギー  $W$  は仕事関数と呼ばれており、金属の種類によって異なる値をとる。



選択図 1

(2) 金属に光を照射すると、光電効果によって金属の表面から電子が放出されることが知られている。この場合、光子のエネルギーが金属の仕事関数よりも小さい場合には電子は放出されない。たとえば、銀の仕事関数は  $6.8 \times 10^{-19} \text{ J}$  であり、このエネルギーに対応する光の波長 え m より【お：① 短い ② 長い】波長の光を照射しないと、銀からの光電子放出が起こらないことになる。ただし、真空中の光の速度を  $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、プランク定数を  $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  とし、波長は有効数字 2 けたまで求めるものとする。

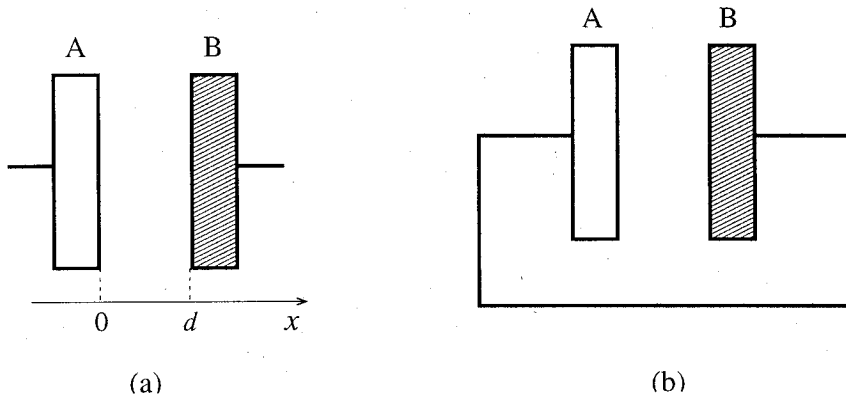


図 2

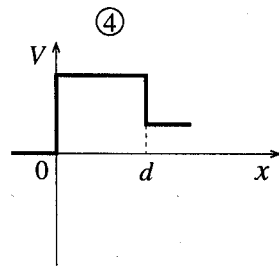
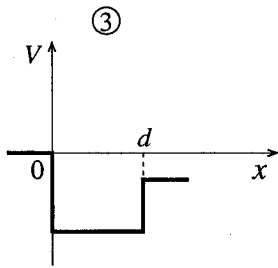
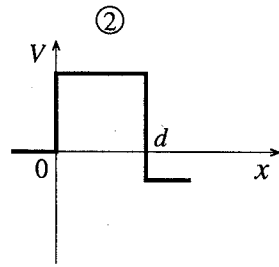
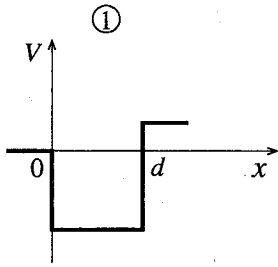
(3) 図 2(a)のように、真空中で金属 A の電極を  $x = 0$  に、また A と異なる金属 B の電極を  $x = d$  に置いて、平行板コンデンサーを構成する場合を考えてみよう。間隔  $d$  は図 1(c)の電極間隔  $t$  よりも十分に大きく、 $t$  は実質上ゼロとみなすことができる。また、光照射による電子の放出はないものとする。

いま、金属 A, B の仕事関数をそれぞれ  $W_A$ ,  $W_B$  とし、また  $W_A > W_B$  とする。さらに、電極 A の内部での電位を 0 とし、これを基準にして電位  $V$  を測ることにする。このとき、電極に垂直な  $x$  軸に沿った  $V$  の変化は、【か：選択図 2 より選択】のように表される。

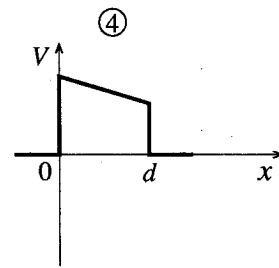
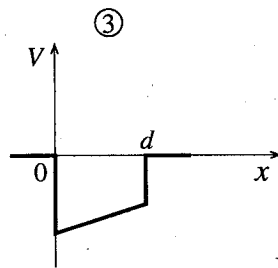
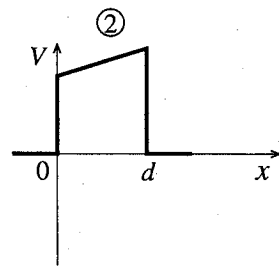
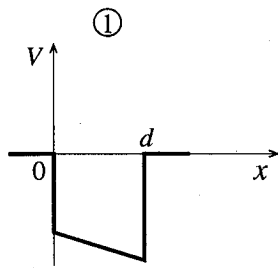
次に電極 A, B を図 2(b)のように導線をつなぐと、

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| { | ① 導線を通して電極 A から電極 B に電子が移動して、   |
|   | き：② 導線を通して電極 B から電極 A に電子が移動して、 |
|   | ③ 電極 A, B 間を電子が行き来する振動が持続して、    |

電子が再配分される。導線をつなぐことにより、仕事関数  $W_A$ ,  $W_B$  は変化しないものとする。この結果、電極表面には電荷が現れて、平行板コンデンサーは帯電する。このとき、 $x$  軸に沿った電位は【く：選択図 3 より選択】のように変化する。電極表面の面積を  $S$  とすると、電極 B の表面に現れる全電荷は け である。



选择图 2



选择图 3

### 物理問題 III

次の文を読んで、 に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

単原子分子の理想気体で満たされた容器とピストン付きシリンダーが連結された図1のような装置がある。ピストンは気密性がよく、滑らかに動くことができるものとする。容器、連結部、シリンダー、ピストンともに熱を伝えない材料でできている。また、連結部にある気体の体積は、容器やシリンダーの容積に比べて十分小さくゼロと見なせるものとする。気体定数を  $R$  として、この気体の定積モル比熱は  $\frac{3}{2}R$  で表せる。

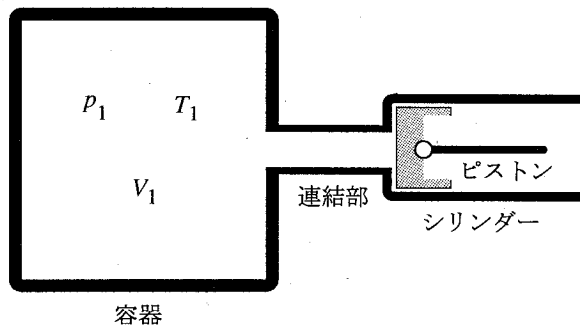


図1

はじめ、図1のように、容積  $V_1$  の容器内が圧力  $p_1$ 、温度  $T_1$  の理想気体で満たされており、この状態を初期状態と呼ぶ。このとき、ピストンはシリンダーの左端にあってシリンダー内部にある気体の体積はゼロと見なせるものとする。

この場合について、以下の過程Aおよび過程Bを考える。

過程A：

初期状態において容器内にあった気体が、以下に示した(1)式の間係を保ちながら、圧力  $p_1$  から  $\alpha p_1$  (ただし、 $0 < \alpha < 1$ ) まで断熱的に変化し、その気体の一部が図2に示すようにシリンダー内へ移動した。

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{一定} \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 $p$  および  $V$  はそれぞれ、この過程における気体の圧力および体積を表す。  
 また、気体の移動はゆるやかに起こり、その間、ピストンには常に、容器内の気体の圧力と等しい圧力がかかっているものとする。

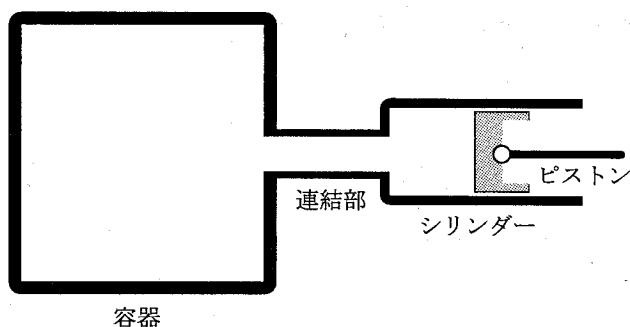


図 2

初期状態において容器内にあった気体のモル (mol) 数は、ア と書ける。  
 気体の圧力が  $\alpha p_1$  になった時、気体の温度は イ  $\times T_1$  になる。この変化によって、系全体の内部エネルギーの初期状態に対する増分は ウ  $\times p_1 V_1$  になる。ゆえに、移動した気体が外部になした仕事は、熱力学の第 1 法則に従って、エ と求めることができる。また、気体の移動にともなって、シリンダー内の気体の体積は オ  $\times V_1$  となり、シリンダー内へ移動した気体のモル数は カ となる。

**過程 B :**

過程 B では過程 A と異なり、初期状態において、細かい穴の多数あいた多孔質体と呼ばれるものが、連結部に詰められている。この多孔質体は、シリンダー側の気体の圧力を常に一定に保つ役割を果たしている。この一定圧力の値を  $p_2$  (ただし、 $0 < p_2 < p_1$ ) とする。

この場合について、気体が外部に対してなす仕事や、移動する気体のモル数を過程 A の場合と比較してみる。

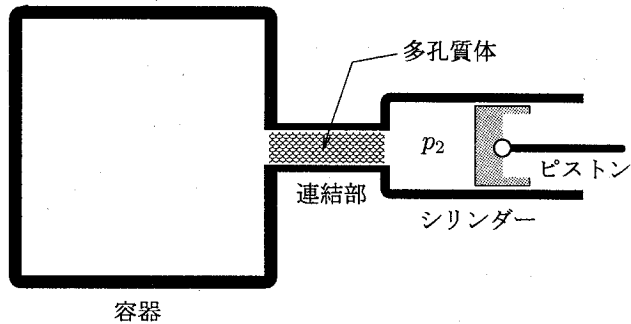


図 3

図 3 のように、はじめ容器内にあった気体の一部はシリンダー側に移動するが、過程 B ではその間、ピストンには常に、シリンダー内の気体の圧力  $p_2$  と等しい圧力がかかっているものとする。十分に時間が経過すると、容器内とシリンダー内の気体の温度は等しくなり、容器内の気体の圧力も  $p_2$  に等しくなった。このとき、シリンダー内の気体の体積を  $V_2$  とすれば、気体が外部に対してなした仕事は、キ と書ける。過程 A の場合と同様に、系全体の内部エネルギーの変化を考慮し、熱力学の第 1 法則を適用すると、シリンダー内の気体の体積、温度を求めることができる。いま、 $\beta = \frac{p_2}{p_1}$  とすると、この  $\beta$  を用いて、シリンダー内の気体の体積は ク  $\times V_1$ 、気体の温度は ケ  $\times T_1$  と表すことができる。したがって、シリンダー内へ移動した気体のモル数は コ となる。