



平成 20 年度 入学 試験 問題

理 科

各科目 100 点満点

《配点は、学生募集要項に記載のとおり。》

物 理	(1～12 ページ)	化 学	(13～28 ページ)
生 物	(29～46 ページ)	地 学	(47～61 ページ)

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほかに 61 ページ，解答冊子は表紙のほかに，物理：12 ページ，化学：12 ページ，生物：12 ページ，地学：16 ページ，である。
3. 問題は物理 3 題，化学 4 題，生物 4 題，地学 4 題である。
4. 筆答開始後，選択した科目の解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には，これら以外のことを書いてはならない。
5. ◇総合人間学部(理系)・理・農学部志願者は，物理・化学・生物・地学のうちから 2 科目を選択すること。
◇教育学部(理系)志願者は，物理・化学・生物・地学のうちから 1 科目を選択すること。
◇医学部(医学科)・医学部(保健学科「検査技術科学専攻」・「理学療法学専攻」)・薬学部志願者は，物理・化学・生物のうちから 2 科目を選択すること。
◇医学部(保健学科「看護学専攻」・「作業療法学専攻」)志願者は，生物 1 科目と物理・化学のうちから 1 科目の計 2 科目を解答すること。
◇工学部(地球工学科)志願者は，物理 1 科目と化学・生物・地学のうちから 1 科目の計 2 科目を解答すること。
◇工学部(建築学科・物理工学科・電気電子工学科・工業化学科)志願者は，物理・化学の 2 科目を解答すること。
◇工学部(情報学科)志願者は，物理 1 科目と化学・生物のうちから 1 科目の計 2 科目を解答すること。
6. 解答は，すべて解答冊子の指定された箇所に記入すること。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，選択した科目の解答冊子は持ち帰ってはならない。

物 理

(3 問題 100 点)

物理問題 I

次の文を読んで、には適した式または数値を、からは適切なものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、はすでにまたはで与えられたものと同じものを表す。また、問1、問2では指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

以下の設問では、向心力を受けて円運動する物体について摩擦力による速さの変化を考える。その際、さまざまな物理量の微小な変化を調べる。

- (1) 図1のように、なめらかな台の上に置かれた質量 m の物体が、ひもにつながれている。ひもは台の中心 O に開けられたなめらかな小さな穴を貫通し、ばねにつながれている。さらにばねの下端は下側の台に固定されている。この物体は半径 r 、速さ v の等速円運動をしている。ばね定数は b であり、ばねとひもの質量は無視してよいものとする。また、物体が点 O にあるとき、ばねの長さが自然の長さであるようになっている。

この等速円運動に対する運動方程式は $\frac{mv^2}{r} = \text{ア}$ となる。物体の運動エネルギーは $K = \frac{1}{2}mv^2$ 、ばねの弾性力の位置エネルギーは $V = \frac{1}{2}br^2$ で与えられる。このとき運動方程式から運動エネルギー K と位置エネルギー V の間に

$$\left\{ \begin{array}{lll} \text{イ : ① } K = V & \text{② } K = -V & \text{③ } 2K = V \\ \text{④ } 2K = -V & \text{⑤ } K = 2V & \text{⑥ } K = -2V \end{array} \right\}$$

という関係が成り立つことが分かる。

- (2) 次に、この物体に速度と逆方向に摩擦力が作用した場合を考える。摩擦力の大きさ D は一定とする。ばねの力に比べて非常に小さい摩擦力が作用したため、図2のように軌道がわずかに円運動から変化したとしよう。そのため、物体の速度は(1)

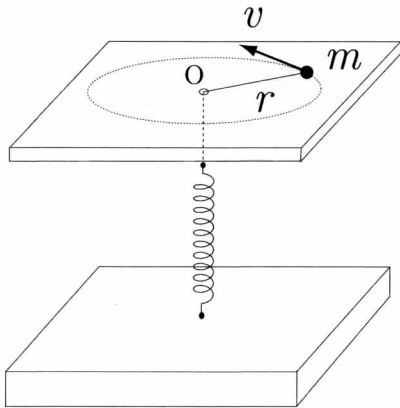


図 1

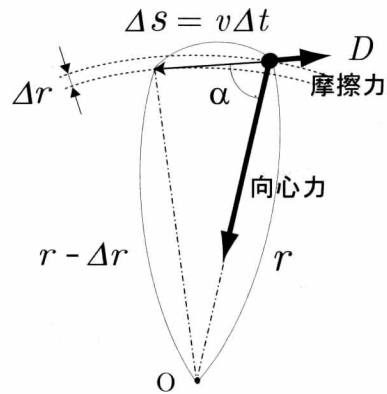


図 2

で考えた速度と厳密には異なっている。ただし、摩擦力が非常に小さい場合には、速度の差はわずかであるので無視してよいものとする。物体の速さを v とすると、図 2 のように微小な時間 Δt の間の移動距離は $\Delta s = v\Delta t$ で与えられる。この移動の結果、物体と点 O との距離は r から $r - \Delta r$ に変化する。実際には r に比べてその変化 Δr は非常に小さいが、この図では微小な変化 Δr を強調している。また、物体の運動方向とばねによる向心力の間の角度 α は 90° よりわずかに小さい。

この微小な時間 Δt の間に生じる運動エネルギーの微小な変化 ΔK は、ばねの力による仕事と摩擦力による仕事で決まるので、 $\Delta K = (\text{ウ}) \times \Delta s$ と与えられる。 Δs と Δr が微小であることより、 $\Delta s \cos \alpha = \Delta r$ が成り立つとする。運動エネルギーの微小な変化 ΔK のうち、ばねによる仕事は、半径の微小な変化 Δr に比例する形で エ と表される。このばねによる仕事と位置エネルギーの微小な変化の関係を調べよう。軌道の半径が r から $r - \Delta r$ に微小に変化する間に、位置エネルギーは

$$\begin{aligned} \Delta V &= \Delta \left(\frac{1}{2} br^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} b(r - \Delta r)^2 - \frac{1}{2} br^2 \\ &= -br\Delta r + \frac{1}{2} b(\Delta r)^2 \\ &\doteq -br\Delta r \end{aligned}$$

だけ微小に変化する。上式の最後の行では、微小な変化 Δr の 2 次の項 $\frac{1}{2} b(\Delta r)^2$

を無視している。このように、本問題では微小な変化の2次の項は無視してよい。

したがって運動エネルギーの微小な変化のうち、ばねによる仕事の部分は

{オ: ① +1, ② -1, ③ + $\frac{1}{2}$, ④ - $\frac{1}{2}$ } $\times \Delta V$ となる。また摩擦力による仕事は、微小な時間 Δt に比例する形で **カ** と表すことができる。

したがって、 Δt の間に生じる力学的エネルギー $E = K + V$ の微小な変化

$\Delta E = \Delta K + \Delta V$ は

$$\Delta E = \text{カ} \quad (\text{i})$$

と与えられる。

摩擦力が非常に小さいので、物体は近似的に円運動を保ちながら、少しずつ速さと半径が変化していくとする。このとき関係式 **イ** は成り立っていると考える。したがって、微小な変化 ΔK , ΔV についても、同じ関係を保ちながら、力学的エネルギーが $\Delta E = \text{カ}$ と微小に変化していくので、運動エネルギーの微小な変化は

$$\Delta K = \text{キ} \times (\text{カ}) \quad (\text{ii})$$

となる。(注: **キ** には適切な数値を入れなさい。)

- (3) 上の(2)では微小な時間 Δt の間の運動エネルギーの微小な変化を求めた。この間に、物体の速さは v から $v + \Delta v$ に変化するので、運動エネルギーの微小な変化は $\Delta K = \Delta \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) \doteq mv\Delta v$ と表せる。この式と式(ii)より、物体の速さ v の変化率は

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{ク} \quad (\text{iii})$$

と与えられる。式(iii)は直線上の等加速度運動と同じ形をしている。時刻 $t = 0$ で物体の速さを v_0 とすると、時刻 t での物体の速さは $v(t) = \text{ケ}$ となる。

- (4) これまでは、物体がばねの力と小さい摩擦力を受けて近似的に円運動する場合を考えてきた。今度は、図3のように、質量 M の地球の周りを運動する質量 m の人工衛星について、これまでと同じような計算を行う。地球の中心から人工衛星までの距離を r とする。人工衛星には地球からの万有引力と、大気から受ける小さい空気抵抗力が作用している。ただし、人工衛星の質量 m は地球の質量 M に比べて非

常に小さいため地球は動かないとしてよい。さらに、地球と人工衛星の大きさは無視してよいものとする。

まず、空気の抵抗力がはたらいていないとする。人工衛星は速さ v 、半径 r の等速円運動をしている。万有引力定数を G とすると運動方程式は $\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$ となる。また、万有引力による位置エネルギーは $V = -\frac{GMm}{r}$ であることが知られている。このとき運動方程式から、運動エネルギー K と位置エネルギー V の間の関係式

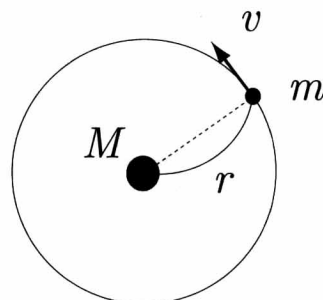


図 3

$$\left\{ \begin{array}{lll} \text{コ : ① } K = V & \text{② } K = -V & \text{③ } 2K = V \\ \text{④ } 2K = -V & \text{⑤ } K = 2V & \text{⑥ } K = -2V \end{array} \right\}$$

が得られる。

次に、(2)、(3)における摩擦力と同様に人工衛星に空気の抵抗力が作用した場合を考える。ここで空気の抵抗力は、速度と逆方向にはたらく、大きさ D の一定の力として取り扱う。ただし、空気の抵抗力は非常に小さく、人工衛星は近似的に円運動しているとみなしてよいものとする。

問 1 人工衛星の場合にも、(2)と同様に、運動エネルギーの微小な変化 ΔK は万有引力と空気の抵抗力による仕事で与えられる。このことから、人工衛星の力学的エネルギーの微小な変化 ΔE に対して式(i)が成り立つことを、計算過程も含めて示しなさい。ただし、半径が r から $r - \Delta r$ に変化するとき、位置エネルギー $V = -\frac{GMm}{r}$ の微小な変化は

$$\Delta V = \Delta \left(-\frac{GMm}{r} \right) = -GMm \left(\frac{1}{r - \Delta r} - \frac{1}{r} \right) \doteq -\frac{GMm}{r^2} \Delta r$$

という近似式で与えられる。

問 2 上の問 1 の結果と、微小な変化 ΔK 、 ΔV に対しても関係式 コ と同じ関係が成り立つことを用いて、式(iii)に対応する人工衛星の速さ v の変化率を表す方程式を計算過程も含めて導きなさい。また抵抗力により、人工衛星が加速されるか、減速されるか、変化しないか、いずれであるかを、その理由とともに答えなさい。

物理問題 II

次の文を読んで、には適した式または数値を、には適切なグラフを、からは適切なものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、はすでにで与えられたものと同じ式を表す。また、問1、問2では指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1のように、幅 w 、長さ ℓ の長方形の2枚の極板A、Bが間隔 d で向かい合わせに配置された平行板コンデンサーを考える。不導体(絶縁体)で作られた水平でなめらかな台の上に極板A、Bは固定されており、その間にあらかじめ帯電していない幅 w の直方体の金属板が極板A、Bと接触しないように挿入されている。これらはすべて不導体の気体中であり、その気体の誘電率を ϵ とする。極板は図1のように起電力 V の電池と接続されている。

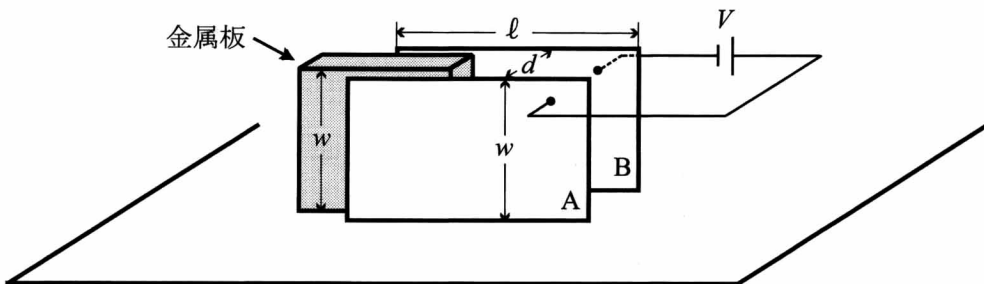


図1

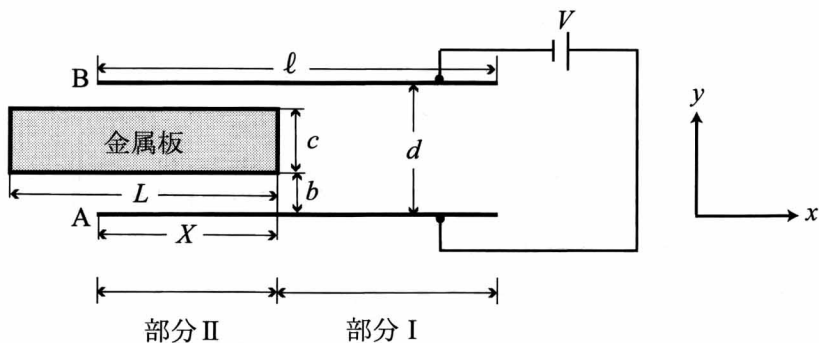


図2

図2は図1を台の上方から見たものである。金属板は厚さ c 、長さ L であり、極板に平行に極板 A から距離 b 離れ、コンデンサーの左端から長さ X だけ挿入されている。ここで図2の右側に示すように x 軸、 y 軸を定義し、図2の右向きを x の正方向、上向きを y の正方向とする。以下では、極板と金属板の端における電場(電界)の乱れは無視でき、電場は全て y の正方向のみを向いているとする。

このコンデンサーは、図2に「部分 I」として示した極板間に金属板が存在しない部分と、「部分 II」として示した極板間に金属板が存在する部分の2つの並列コンデンサーとみなすことができる。このコンデンサーに蓄えられたエネルギーは イ である。

このコンデンサーの部分 I について y の正方向の電位の変化をグラフに表すと、図3のようになる。図3では、極板 A からの距離を横軸 y にとり、極板 B の電位を 0 とした。この図を参考に、部分 II について y の正方向の電位の変化をグラフに表すと □ のようになる。(グラフには $y = b$ での電位を式で記入せよ。)

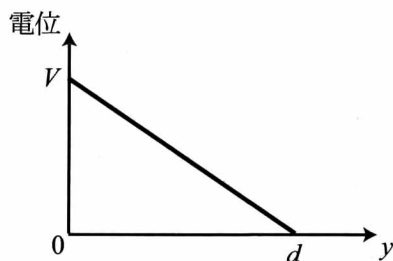


図3

このコンデンサーの部分 I に蓄えられたエネルギーを部分 I の極板間の電場の強さ E を用いて表すと、ハ $\times wd(l - X)$ となる。 $wd(l - X)$ は部分 I の極板間の空間の体積であるから、その空間には単位体積あたり ハ のエネルギーが蓄えられていると考えることができる。このように考えた場合、部分 II の極板間の金属板内に蓄えられる単位体積あたりのエネルギーは ニ となる。

ところで、図2の金属板には静電気力がはたらくことがわかっている。このことをつぎのように調べてみよう。ここで、電池の内部抵抗、電池とコンデンサーの間の配

線の電気抵抗，金属板内部の電気抵抗，金属板と台の間の摩擦は，いずれも無視できるものとする。

まず，金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分について考えよう。静電気力の x 軸に平行な成分につりあう外力を金属板に加え，極板 A からの距離 b を保ったまま，極板間に存在する金属板の長さを X から $X + \Delta X$ まで微小変化させたとしよう。このときのコンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量は \square ホ \square である。また，この間に電池がした仕事は \square ホ \square \times \square ヘ \square である。コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量から電池のした仕事を引いたものが，外力が金属板にした仕事に等しい。このことから，金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分の大きさを求めると \square ホ \square \div \square ト \square となる。また，その方向は {チ：① x の正方向 ② x の負方向} である。

問 1 金属板にはたらく静電気力の y 軸に平行な成分の大きさはいくらか。その理由とともに記述せよ。

$V = 10 \text{ kV}$ ， $\epsilon = 8.9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ ， $w = 20 \text{ mm}$ ， $\ell = 40 \text{ mm}$ ， $d = 5.0 \text{ mm}$ のとき， $c = 3.0 \text{ mm}$ ， $L = 20 \text{ mm}$ の金属板を $b = 1.0 \text{ mm}$ として極板間に $X = 15 \text{ mm}$ 挿入した。このときに金属板にはたらく静電気力の x 軸に平行な成分の大きさを有効数字 2 けたで求めると， \square リ \square N となる。

問 2 図 2 の金属板の代わりに，外形はまったく同じでその内部が空洞になっている金属箱を極板間に挿入することにする。また，その空洞内には誘電率 ϵ の不導体の気体が入っているとす。この金属箱にはたらく静電気力の x 軸および y 軸に平行な成分は，図 2 の金属板を用いたときに比べ，それぞれどう変化するか。その理由とともに記述せよ。

物理問題 III

次の文を読んで、には適した式または数値を、{ }には図3から適切なものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。また、問1、問2では指示にしたがって、解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

電磁波の一種である γ 線の放射と測定について考察しよう。物質を構成する原子は電子と原子核からなり、原子核の内部のエネルギーが高い状態から低い状態に移るときに、原子核から γ 線が放射される。以下では、電子の質量は原子核の質量と比較して非常に小さいため、無視できるものとする。

振動数 f の電磁波は、ある一定のエネルギーをもった粒子の集まりと考えることができ、その粒子を光子という。光子1個のエネルギーは hf 、運動量は電磁波の進む向きに $\frac{hf}{c}$ の大きさであることがわかっている。ここで、 h はプランク定数とよばれる定数であり、 c は光速である。

以下において、原子核の内部のエネルギー状態には、励起状態とよばれるエネルギーの高い状態と基底状態とよばれるエネルギーの最も低い状態の2つがあるものとする。励起状態のエネルギーを E_e 、基底状態のエネルギーを E_g とし、そのエネルギー差を $\Delta E = E_e - E_g$ とする。

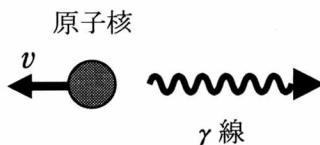


図1

まず、質量 M の原子核1個による γ 線放射を考える。原子核が励起状態から基底状態に移るときに、 γ 線の光子が1個放射される。静止していた原子核は、図1のように γ 線放射の反作用により速さ v で動き出す。速さ v の原子核の運動エネルギーと運動量の大きさは、原子核が基底状態にあるか励起状態にあるかに関わりなく、それぞれ $\frac{1}{2}Mv^2$ 、 Mv としてよい。また、原子核の全エネルギーは内部のエネルギー(E_e または E_g)と原子核の運動エネルギーの和で与えられる。よって原子核から

振動数 f_1 の γ 線が放射される場合、エネルギー保存則は ΔE を用いて **あ**，運動量保存則は **い** と書くことができる。ここで、 ΔE は Mc^2 に比べ充分に小さいことがわかっている。絶対値が 1 より充分小さい数 δ に対して成り立つ近似式 $\sqrt{1+\delta} \doteq 1 + \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{8}\delta^2$ を用いると、 f_1 は ΔE 、 M 、 c 、 h を用いて **う** となる。

次に、この原子核をもつ原子 N 個で構成されている静止した結晶からの γ 線光子 1 個の放射を考える。この結晶の質量は NM で与えられる。以下では、結晶は充分低温であるものとし、原子核が結晶中に固定され、 γ 線を放射する原子核はその反作用を受けても結晶中に固定されたままであるとする。この場合、 γ 線放射の反作用は結晶全体で受け止められ、結晶が速さ v_N で動き出すものとする。このときの放射 γ 線の振動数 f_N は ΔE 、 M 、 N 、 c 、 h を用いて **え** となる。また、構成する原子数が無限大とみなせる大きい結晶の場合、放射される γ 線の振動数は $f_\infty = \frac{\Delta E}{h}$ となる。

問 1 原子 N 個で構成されている静止した結晶からの γ 線光子 1 個の放射について、エネルギー保存則と運動量保存則を記述せよ。さらに N が無限大とみなせるとき、エネルギー保存則において結晶の運動エネルギーの項がその他の項に比べ無視でき、その結果、放射 γ 線の振動数が f_∞ となることを説明せよ。

同様の考察により、同じ種類の原子で構成されている静止した大きい結晶に γ 線を当てると、この結晶は振動数 f_∞ の γ 線のみをよく吸収することがわかっている。このような結晶をここでは吸収体とよぶ。

次に、**図 2** のような実験装置を用いた γ 線の測定を考えよう。

γ 線源は同じ種類の N 個の原子で構成された結晶多数からなり、振動数 f_N の γ 線を一定の強度(単位時間当たりに放射される γ 線の光子数)で放射するものとする。吸収体を乗せた台車を水平な床の上におき、**図 2** のように左端を床に固定したばねにつなぐ。 γ 線源は台車から十分に遠方に置かれ、 γ 線は吸収体付近で**図 2** の x 軸に平行に進むものとする。吸収体の表面は x 軸に垂直である。吸収体は、振動数 f_∞ 以外の

振動数の γ 線を透過させるが、振動数 f_∞ の γ 線を完全に吸収するものとする。吸収体の後方の床上に γ 線強度測定器を設置する。吸収体からの γ 線放射は無視できるものとする。

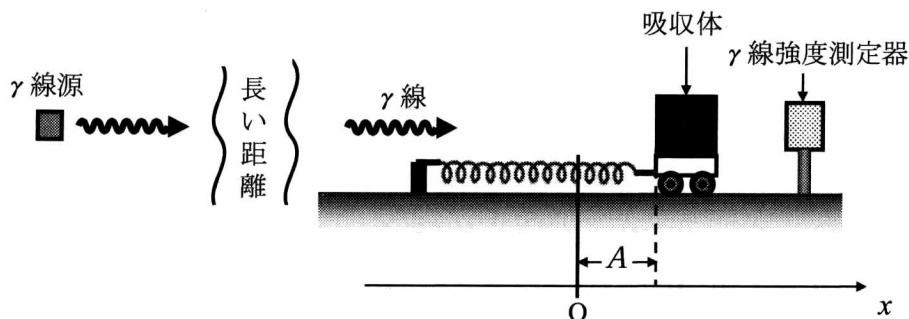


図 2

ばねを自然の長さのときの位置 O から A だけ伸ばして、時刻 $t = 0$ に静かに放すと、台車は x 軸に平行に角振動数 ω で単振動をする。以下では、吸収体の運動により、吸収体中で観測される γ 線の振動数 f_d は音波のドップラー効果と同じ変化をするものとする。なお、吸収体の屈折率による γ 線の速度の変化は無視できるものとする。この場合、 γ 線の波長を λ とすると、吸収体が速さ V で運動しているときは、静止しているときに比べ、単位時間当たりに吸収体に到達する波の数が $\frac{V}{\lambda}$ だけ変化する。よって、時刻 t において $\frac{f_d}{f_N} = \frac{\text{お}}{c}$ の関係がある。（**お** は λ , V を用いずに表せ。）

台車が動き始めてから時刻 t_1 で突然、測定器で測定される γ 線強度が変化した。 f_d が f_∞ に一致したからである。絶対値が 1 より充分小さい数 δ に対して成り立つ近似式 $\frac{1}{1-\delta} \cong 1 + \delta$ を用いると、 ωt_1 の満たす条件は $\sin \omega t_1 = \text{か}$ である。（**か** は f_∞ , f_N , f_d を用いずに表せ。）

ここで、 $Mc^2 = 1 \times 10^{-8} \text{ J}$, $\Delta E = 2 \times 10^{-14} \text{ J}$ の原子核の γ 線放射において、 $N = 10^4$, $A = 0.1 \text{ m}$ のときに $\omega t_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ で測定される γ 線強度が変化したとする。なお、 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。このときの ω を有効数字 1 けたで求めると **き** rad/s である。また、台車が一周単振動するとき、測定される γ 線強度と ωt の関係は図 3 の { く } のように予想される。

問 2 図 3 で { } を選択した理由を記述せよ。

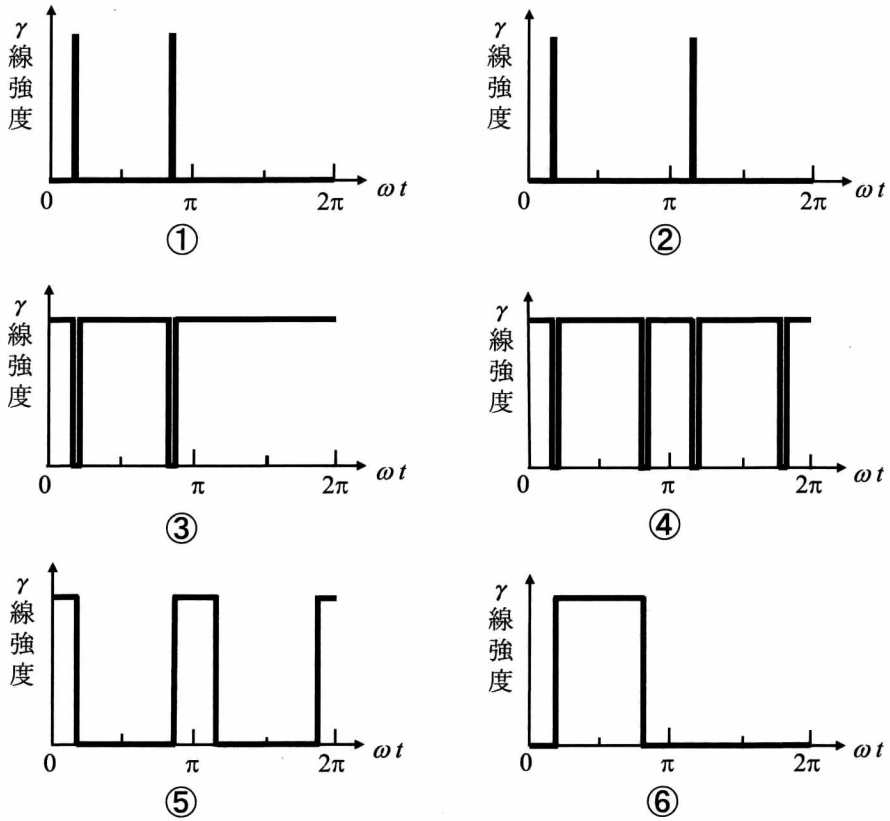


図 3

物理問題は、このページで終わりである。