

数 学

(理系学部)

9 : 00～11 : 00

注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。

3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学2—1

(問①用),

解答用紙番号
数学2—2

(問②用),

解答用紙番号
数学2—3

(問③用),

解答用紙番号
数学2—4

(問④用),

解答用紙番号
数学2—5

(問⑤用)の5枚である。

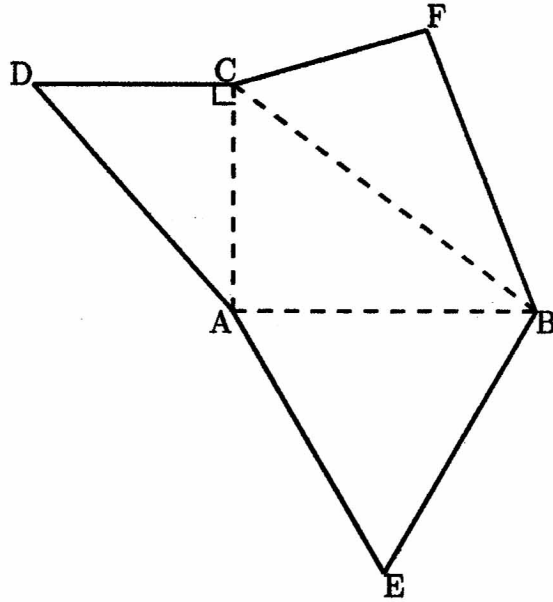
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし、裏面を使用してはならない。
7. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
8. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(理 系 学 部)

- 1 図はある三角錐 V の展開図である。ここで $AB = 4$, $AC = 3$, $BC = 5$, $\angle ACD = 90^\circ$ で $\triangle ABE$ は正三角形である。このとき, V の体積を求めよ。



- 2 直角三角形 $\triangle ABC$ において $\angle B$ は直角であるとし, 辺 AC の長さを a とする。辺 AC を n 等分し, その分点を A に近い方から順に $D_1, D_2, D_3, \dots, D_{n-1}$ とおく。 $1 \leq k \leq n-1$ に対し, 線分 BD_k の長さを L_k とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $S_n = \sum_{k=1}^{n-1} (L_k)^2$ を a と n で表せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ を a で表せ。

3 $t > 0$ とし、 $x = t$ で表される直線を l_1 とする。 $y = \frac{x^2}{4}$ で表される放物線を C とおく。 C と l_1 の共有点 $(t, \frac{t^2}{4})$ における C の接線を l_2 とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) l_1 と l_2 のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。
- (2) l_1 を l_2 に関して対称移動させた直線を l_3 とおくととき、 l_3 の方程式を求めよ。
- (3) l_3 は t によらない定点を通ることを示せ。
- (4) l_3 と C の2つの共有点を P, Q とする。線分 PQ の長さが最小になるような t の値を求めよ。

4 $0 < a < 1$, $0 < \theta < \pi$ とする。4点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(x, y)$ が条件

$$OQ = AQ = PQ$$

をみたすとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標を a と θ で表せ。
- (2) a を固定する。 $0 < \theta < \pi$ の範囲で θ が動くとき、 y の最小値を求めよ。

5 自然数 n に対して

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{2n} dx$$

とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$ を求めよ。