物　　理

解答はすべて各問題の指示にしたがって解答用紙の該当欄に記入せよ。

1　次の文章の $\boxed{}$ の中に適切な数式を入れ，また｛　　｝の中の適切な用語を選択して文章を完成させ，問に答えよ。

図1に示すように，Oを支点として水平面に対する傾斜角 θ〔rad〕を任意に変えることのできる板がある。ばね定数 k〔N/m〕のつるまきばねが斜面に沿って置かれ，その右端は板に固定されている。また，ばねの左端に質量 m〔kg〕の物体が置かれている。この物体と板との間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' とする。なお，重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕で表わし，ばねの質量は無視できるものとする。

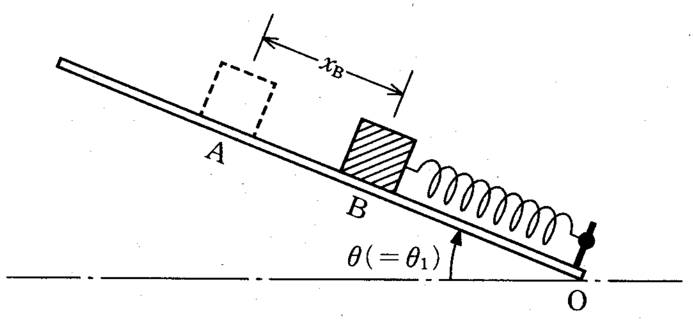

図1

最初に板が水平に置かれているとき(傾斜角 $\theta=0$)，物体はAの位置にあり，ばねは自然の状態でのびていて，その左端が物体に軽く接している。ここで，ゆっくりと矢印の方向に板を傾けると，ある傾斜角 θ_1〔rad〕に達したときに物体は下向きにすべり始めたので，その傾斜角で板を固定した。このときの傾斜角 θ_1 と静止摩擦係数 μ との間には $\boxed{(1)}$ の関係式がなりたつ。

ここで物体のすべり落ちる動きを調べてみよう。板の傾斜角を固定しているので，物体がすべり落ちる途中では，重力の板に平行な成分と摩擦力との合力 F〔N〕の大きさ $\boxed{(2)}$〔N〕は，常に一定となる。このために物体がA点から

すべり出したあとに，速度が再びゼロとなるまでの運動は，この合力 F とばね から受ける力がつり合う位置を｛(3)　振動の中心，最大振幅の点｝とする単振動の動きに等しい。したがって，物体の速度がゼロとなる位置BをA点からの距離 x_B〔m〕で表すと，x_B = $\boxed{\quad(4)\quad}$ となる。速度がゼロとなった物体は，B点で静止する。

つぎに，板をその傾きが小さくなる方向にゆっくりと戻し，図2に示すように，ちょうど水平になったときに物体が左向きにすべり始めたので，板を水平に保った。このとき，静止摩擦係数 μ と動摩擦係数 μ' との間には $\boxed{\quad(5)\quad}$ の関係式がなりたつ。その後物体はA点に達し，この点でばねから離れて板の上をすべり，C点で止まった。A点における物体の速さ v_A〔m/s〕は，x_B を用いて表すと v_A = $\boxed{\quad(6)\quad}$ となり，A点からC点に移動するのにかかる時間 t〔s〕は，v_A を用いて表すと t = $\boxed{\quad(7)\quad}$ となる。

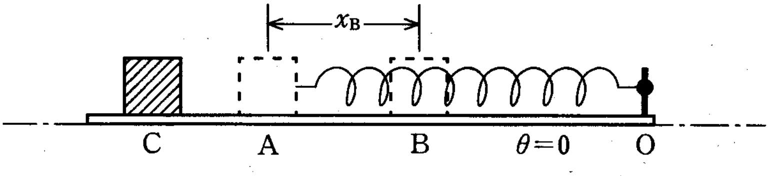

図2

問　図1において傾斜角 θ_1 のときに物体がすべり下りてB点で速度がゼロになった後は，物体はこの点で静止することを，数式を用いて説明せよ。なお，物体と板との間には，速度がゼロになると同時に静止摩擦力が作用すると考えてよい。

$\boxed{2}$ 直流と交流，またコンデンサーとコイルの間ではきわだったふるまいの差がみられる。これに関する次の文章を読んで問に答えよ。ただし，電池の内部抵抗および導線とコイルの抵抗は無視できるものとする。

I　はじめに，直流に対するふるまいをみるため，図1の回路でスイッチSを順次1， 2， 3に切り替えて回路に流れる電流 i〔A〕の時間変化を測定した。ここで，電池の電圧を V_0〔V〕とし，抵抗 r〔Ω〕は回路1～3で同じ値とする。

問 1　スイッチSを閉じた時刻を $t = 0$ とし，回路1～3に流れる電流の時間変化をお互いの差がわかるようにグラフに記せ。

II　つぎに，交流に対するふるまいをみるため，図2の回路でスイッチSを1の電気容量 C〔F〕のコンデンサーにつないだ。i〔A〕の電流が流れているとき，短い時間 Δt〔s〕の間に極板間の電圧が Δv〔V〕だけ変化した。このときの電流と電圧の変化の関係は $i = \boxed{\quad(1)\quad}$ となる。いま，交流電源の時刻 t での電圧 v〔V〕が角周波数 ω を用いて $v = V\sin\omega t$ で表されるとする。電圧の変化 Δv は時刻 $t+\Delta t$ と時刻 t での電圧の差として求められることに注意すると，電流の時間に対する変化を得ることができる。電流の最大値を I〔A〕とすると，電圧と電流の最大値は，$V = \boxed{\quad(2)\quad}\,I$ の関係にある。

続いて，スイッチSを2に切り替えて自己インダクタンス L〔H〕のコイルにつなぐ。コイルに流れる電流 i が，時刻 t と $t+\Delta t$ の間に Δi だけ変化した。このとき，コイルにかかる電圧 v は，$v = \boxed{\quad(3)\quad}$ となる。電流 i が $i = I\sin\omega t$ で変化するとき，電圧の最大値 V と I の間には $V = \boxed{\quad(4)\quad}\,I$ の関係がある。このように交流では，V と I の関係は L と C ばかりでなく周波数にもよる。

問 2　上の $\boxed{\qquad}$ の中に適切な数式を入れよ。

問 3　(a) コンデンサーに流れる電流 i および (b) コイルにかかる電圧 v の時間変化をグラフに記せ。ただし，解答欄の破線は，(a)コンデンサーの両端の電圧および (b) コイルに流れる電流の時間変化を示す。

Ⅲ　最後に，コイルとコンデンサーの関係をみるため，図3のようにつなぎかえる。まずスイッチSを1の電圧 V_0〔V〕の電池につなぎ，じゅうぶん長い時間コンデンサーを充電する。それから時刻 $t = 0$ でスイッチSを2のコイルに切り替えると放電が始まり，電圧や電流は L や C の大きさできまる固有角周波数 ω_0〔rad/s〕で電気振動をし，コンデンサーとコイルの間でエネルギーのやりとりが行われる。このとき，時刻 t におけるコンデンサーの電圧 v は $v = V_0 \cos \omega_0 t$ であると考えられるので，Ⅱの結果を使うことができる。また，時刻 t における電流を i，電流の最大値を I_0〔A〕とする。

問 4　Ⅱの結果を用いて，この振動回路の (a) 固有角周波数 ω_0 および (b) V_0 と I_0 の間の関係を求め，それを L と C を用いて表せ。

問 5　時刻 t におけるコンデンサーのエネルギー U_C〔J〕およびコイルのエネルギー U_L〔J〕を求め，それから回路の電気的エネルギー U〔J〕が保存されることを示せ。電圧が $v = V_0 \cos \omega_0 t$ で変化するときは，電圧の変化率は $\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = -\omega_0 V_0 \sin \omega_0 t$ となる。

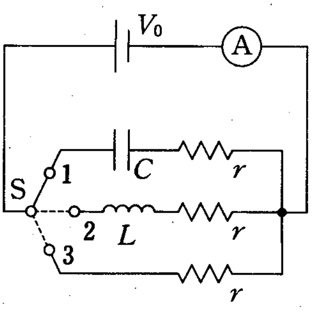

図 1

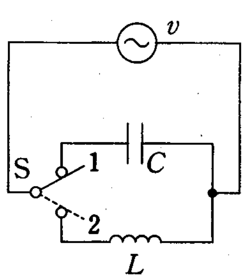

図 2

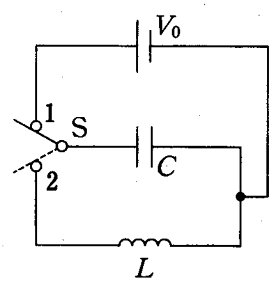

図 3

3 正弦波，単振動，円運動は互いに密接な関係がある。このことを利用して弦の運動を考察し，横波の伝わる速さを求めてみよう。

I　図1のように，x 軸上に張られた弦の上を伝わる横波を考える。この図は x 軸の正の方向に進んでいる横波の時刻 $t = 0$〔s〕における変位を y 方向に表したグラフである。この波が振幅 A〔m〕，波長 λ〔m〕，周期 T〔s〕の正弦波であるとすれば，t 秒後における位置 x〔m〕での変位 y〔m〕は $y = A\sin(\boxed{\ (1)\ })$ と表される。また，波の伝わる速さ v〔m/s〕は，λ，T を用いて $v = \boxed{\ (2)\ }$ と表すことができる。

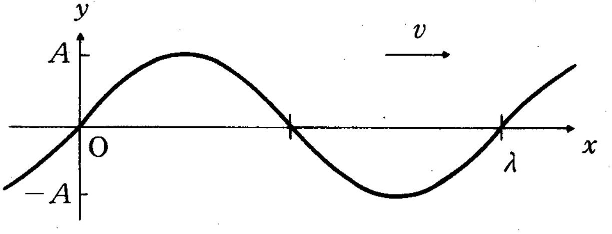

図1

さて，速さ v は弦の線密度 ρ〔kg/m〕と張力 S〔N〕で決まるが，これを求めるために，弦を小さい部分に区切ってそれらの運動を考察する。図2のように，間隔 a〔m〕で並んだ質量 $m = \rho a$〔kg〕の小球のつらなり P_1，P_2，…と考え，隣接する小球は張力 S の軽いひもでつながっているとする。振幅 A が λ に比べてじゅうぶん小さいときには，小球は y 方向のみに動くとしてよい。したがって，上に述べた正弦波が弦を伝わるとき，それぞれの小球は y 方向に角振動数 $\omega = \boxed{\ (3)\ }$〔rad/s〕の単振動をしていることになる。ただし，隣接する小球の振動には $\Delta\theta = \boxed{\ (4)\ }$〔rad〕の位相差がある。

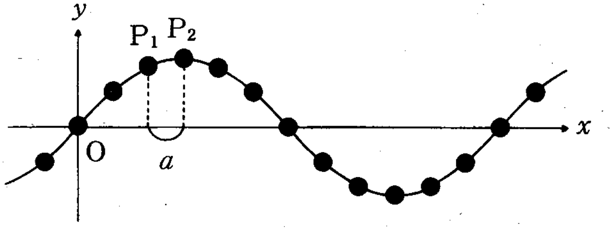

図2

問 1　上の文章の $\boxed{}$ の中に適切な数式を入れよ。

一方，単振動をおこす復元力は両側のひもから受ける張力の合力である。小球は y 方向にのみ動けるとしているから，張力の y 成分を考えればよい。この力を調べるためひとつのひもに着目し，図 3 のように，その向きが x 軸となす角度を φ〔rad〕とする。振幅が小さいときには φ はじゅうぶん小さく，ひもの張力 S は一定としてよい。このとき，張力の y 成分の大きさ S_y〔N〕はひもをはさむ 2 つの小球の変位の差 Δy〔m〕に比例していることがわかる。このように，小球どうしはひもを通して互いに力を及ぼしあいながら，横波を伝えている。

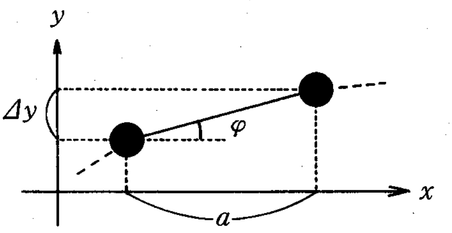

図 3

問 2　ひもの張力の y 成分の大きさ S_y〔N〕が $S_y = \dfrac{S}{a}\Delta y$ と表されることを示せ。ただし，φ がじゅうぶん小さいときになりたつ近似式 $\sin\varphi \fallingdotseq \varphi$，$\tan\varphi \fallingdotseq \varphi$ を用いてよい。

波は，上で求めたような力を及ぼしあう小球 P_1，P_2，…が，同一の角振動数 ω で位相差 $\Delta\theta$ ずつずれた単振動をすることによって伝わるが，その速さを求めるためには，ω，$\Delta\theta$，S，m の間の関係を知る必要がある。そこでつぎのステップでは，単振動が等速円運動を真横から見たものであることを利用し，これらの関係を調べてみよう。

Ⅱ　半径 A〔m〕の円周上に中心角 $\varDelta\theta$〔rad〕の間隔で並んだ小物体が一定の角速度 ω〔rad/s〕で回転していると考える。図4のように，小球 P_1，P_2，…の変位の時間変化を，対応する小物体 Q_1，Q_2，…の y 座標の時間変化と一致させるためには，A，$\varDelta\theta$，ω をⅠと同じにすればよい。そこで，以下ではしばらく単振動を離れ，この円運動の様子を調べることにしよう。

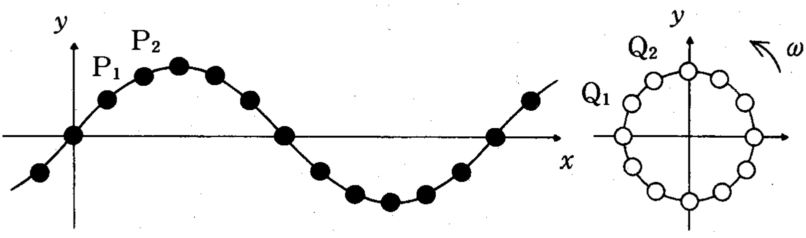

図4

この等速円運動において，小物体の質量をすべて M〔kg〕とし，隣接する小物体が長さ ℓ〔m〕の軽い糸でつながっていて，一定の張力 S'〔N〕で引きあっているとする。小物体はこの糸の張力だけで等速円運動をすることができる。なぜなら，それぞれの小物体が両側の糸から受ける力の合力は円の中心を向き，その大きさ F〔N〕は一定であるからである(図5)。このとき，角速度 ω は S'，A，M，$\varDelta\theta$ によって決まる。

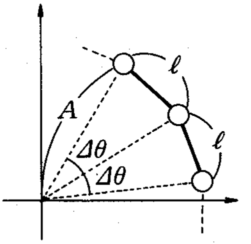

図5

問 3　$F = \dfrac{S'\ell}{A}$ であることを示せ。

問 4　ω と S'，A，M，$\varDelta\theta$ の関係を求めよ。ただし，$\varDelta\theta$ がじゅうぶん小さいとして $\ell \fallingdotseq A\varDelta\theta$ を用いてよい。

最後に，この円運動を y 軸に射影して得られる単振動が，糸の張力の y 成分に相当する力を受けた運動であることに注意しよう。図6からわかるように，ひとつの糸の張力の y 成分の大きさ S'_y〔N〕は，その両端の小物体の y 座標の差 Δy〔m〕と S'，ℓ を用いて $S'_y = \boxed{\quad(5)\quad}\,\Delta y$ と表される。したがって，Ⅰの場合と同様に，張力の y 成分 S'_y は変位の差 Δy に比例することがわかる。

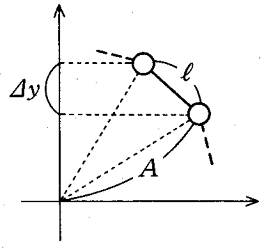

図6

このことから，小物体の等速円運動の y 軸への射影と，Ⅰにおける小球の単振動とを，完全に対応させることができる。とくに，小物体の質量を $M = m$ とし，糸の張力 S' を $S'_y = S_y$ がなりたつように設定すれば，両者の運動方程式はまったく同じになる。そのとき，小物体の円運動でなりたつ**問4**の関係は，小球の単振動の ω，$\Delta\theta$，S，m の間でもなりたつ。この関係式を弦の横波についての量 T，λ，ρ，S で表せば，最終的に周期 T と波長 λ の関係がわかり，弦を伝わる横波の速さを ρ と S で表した式 $v = \boxed{\quad(6)\quad}$ が得られる。

問 5　上の文章の $\boxed{\qquad}$ の中に適切な数式を入れ，文章を完成させよ。