

# 物 理

解答はすべて各問題の指示にしたがって解答用紙の該当欄に記入せよ。

1 次の文章の (1) ~ (8) の中に適切な数式または文字、 (9) には適切な語句を入れよ。

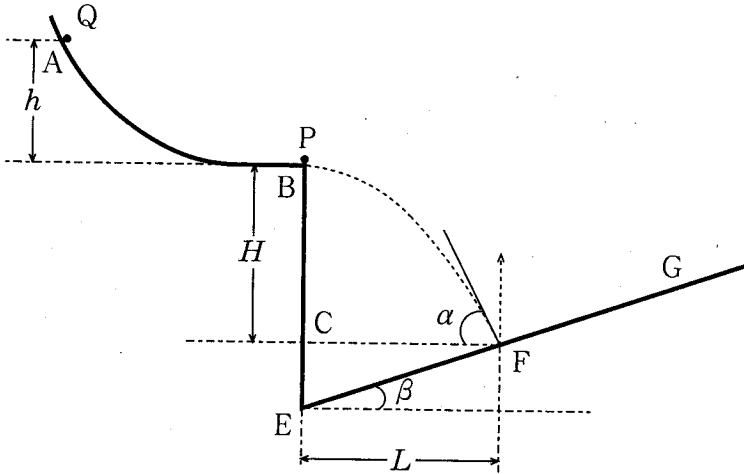
図のように、B点の付近で水平になっている滑らかな曲面 AB と鉛直な壁 BCE および斜面 EFG がある。曲面 AB の端にある B 点に小球 P を置く。B 点から高さ  $h$  [m] の A 点より、小球 Q を静かに手放した。小球 P と Q の質量の比は  $1 : x$  で、P の質量を  $m$  [kg]、Q の質量を  $xm$  [kg] とする。小球 P と Q との間の反発係数を  $e (< 1)$  とし、小球 P と斜面 EFG との間の反発係数を 1 とする。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。

小球 Q が B 点に到達すると、そのときの速さ  $v_0$  [m/s] は、 $v_0 =$  (1) [m/s] となる。B 点でこの小球 Q は、B 点に静止していた小球 P に衝突する。衝突直後の P と Q の速度の水平成分を、それぞれ  $v$  [m/s]、 $v'$  [m/s] とする。これらは  $v_0$  を用いて表すと、 $v =$  (2) [m/s]、 $v' =$  (3) [m/s] となる。

以下では、この衝突において小球 Q が B 点で静止して、小球 P だけが水平に放出されるとしよう。この条件を求めると、 $x =$  (4) となる。小球 P は水平に速さ  $v$  で放出され、その後、放物運動をして、斜面 EFG 上の F 点に到達した。この F 点と B 点との高さの差を  $H$  [m] とすると、壁 BCE から F 点までの水平距離  $L$  [m] は、 $v$ 、 $g$ 、 $H$  を用いて  $L =$  (5) [m] と表される。また、小球 P が F 点に入射する角度を水平から測って  $\alpha$  [rad] とすると、 $\tan \alpha$  は、 $v$ 、 $g$ 、 $H$  を用いて、 $\tan \alpha =$  (6) と与えられる。

ここで、小球 P が F 点で衝突して鉛直上方に飛び上がったとする。このとき、斜面 EFG が水平となす角度  $\beta$  [rad] は、小球 P の入射角  $\alpha$  を用いて、 $\beta =$  (7) [rad] と表される。この小球 P が到達する最高点 J (図には示していない) の F 点からの高さは、 $v$ 、 $g$ 、 $H$  を用いて (8) [m] と与えられ

る。小球Pは、J点から自由落下して、F点で斜面 EFG と再び衝突する。小球PがF点で跳ね返った直後の速度は、小球Pと斜面 EFG との間の反発係数が1であるから、はじめに小球PがB点からF点に入射したときの速度と比べると (9) になる。したがって、小球PはB点からF点に至る放物運動の軌跡を逆に進んで、B点に静止している小球Qに衝突する。

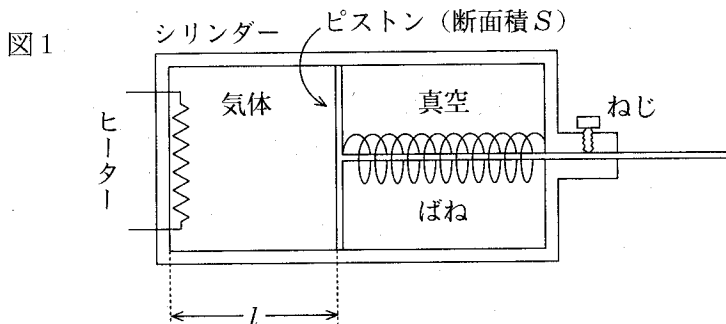


2 次の文章の  に適切な数式または数値を入れ、間に答えよ。

図1のように、断面積  $S(\text{m}^2)$  の円筒形の断熱シリンダーを水平に置き、その内部を断熱されたピストンで左右に仕切る。そして、ピストンの右側を真空にし、左側には単原子分子の理想気体 1 mol を密閉する。この気体の内部エネルギーは、その絶対温度を  $T(\text{K})$ 、気体定数を  $R(\text{J/mol} \cdot \text{K})$  とすると、 $\frac{3RT}{2}$  [J] となる。ピストンからは細い棒が水平に突き出していて、この棒をシリンダー右端にあるねじで締めつけることによって、ピストンの位置を固定することができる。一方、このねじを緩めておくと、ピストンは左右に滑らかに動くことができる。また、ばね定数  $k(\text{N/m})$  のばねがピストンに取りつけられていて、その他端はシリンダーの右面に固定されている。このばねは、ピストンが仮にシリンダーの左面に接触したとすると、自然の長さになるものとする。

さて、ピストンが左右に滑らかに動けるようにしておくと、気体の内部エネルギーとばねの弾性エネルギーとの間には、気体の温度やばねの縮みによらない一定の関係が成立する。この関係について考察しよう。シリンダー左面からピストンまでの距離(ばねの縮み)を  $l(\text{m})$  とすると、気体の体積は  $Sl(\text{m}^3)$  と表され、圧力は  (1)  [N/m<sup>2</sup>] となる。さらに、気体の状態方程式を使うと、気体の温度  $T(\text{K})$  は  $l$  を用いて  $T =$   (2)  [K] と表される。したがって、ピストンが滑らかに移動できるときには、気体の内部エネルギーは  $l$  を用いて  (3)  [J] と表され、ばねの弾性エネルギーの  (4)  倍になっていることがわかる。

次に、シリンダー内のヒーターにより気体を加熱してその状態を変化させる2つの過程 I, II を考え、それぞれの過程における気体の比熱について考察しよう。



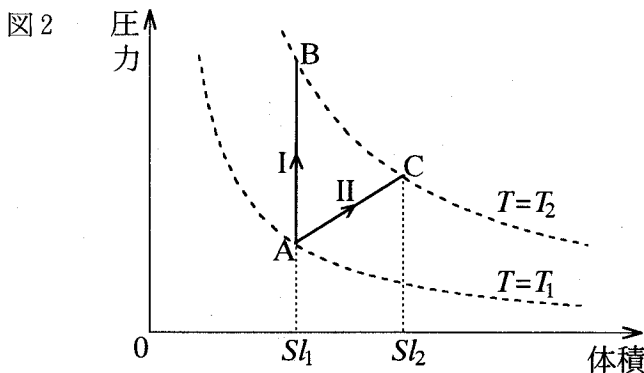
ここで、加熱する前の気体の温度を  $T_1$  [K]、ばねの縮みを  $l_1$  [m] とする。このときの気体の状態は、図2の温度  $T_1$  [K] の等温曲線上にある体積  $S_1$  [m<sup>3</sup>] の点 A に対応する。

過程Ⅰ：ピストンを動かさないようにねじで固定し、体積を一定に保ったまま気体の温度を  $T_1$  [K] から  $T_2$  [K] までゆっくり変化させる。これは、図2に示された A から B までの変化に対応する。

過程Ⅱ：ピストンがなめらかに動けるようにねじを緩めたままにして、気体の温度を  $T_1$  [K] から  $T_2$  [K] までゆっくり変化させる。これは、図2に示された A から C までの変化に対応する。このとき、ばねの縮みは  $l_1$  [m] から  $l_2$  [m] まで変化する。

過程Ⅰで気体は仕事をしないので、この過程で気体に加えられる熱量は、その内部エネルギーの変化に等しく、温度  $T_1$ 、 $T_2$  を用いて (5) [J] と表される。これより、過程Ⅰにおけるこの気体のモル比熱は (6) [J/mol·K] と求まる。一方、気体は過程Ⅱではばねの弾性エネルギーの変化 (7) [J] に相当する仕事をする。この仕事を温度  $T_1$ 、 $T_2$  を用いて表すと、(8) [J] となる。したがって、この過程で気体に加えられる熱量は、気体が仕事をする分だけ過程Ⅰに比べて大きく、温度  $T_1$ 、 $T_2$  を用いて (9) [J] と表される。このことから、過程Ⅱにおけるこの気体のモル比熱は (10) [J/mol·K] と求まる。

問 図2は気体の状態が変化するときの体積と圧力の関係を示している。解答用紙の図中で、過程Ⅱにおいて気体が行う仕事に対応する領域を塗りつぶせ。



3 次の文章の  の中に適切な数式を入れよ。

図1のように、起電力  $V$  [V] の電池につながれた面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の平行極板 A, B を間隔  $3d$  [m] で真空中に置く。B は接地されており、極板は十分大きく、極板間の電界(電場)は一様と考えてよい。はじめにスイッチ  $S_1$  を閉じ、平行極板 A, B からなるコンデンサーを充電させた後、A から  $d$  [m] の所に正電荷  $q$  [C] を持つ金属板 C を平行に挿入する。金属板 C の面積は極板 A, B と同じで、その厚さは十分小さいものとする。この回路を回路1としよう。以下では、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  ( $= \frac{1}{4\pi k_0}$ ) [F/m] とする。

回路1において、金属板を挿入してから十分時間を経た後の極板 A, B の電荷について、以下のような2通りの考え方で考察しよう。

回路1

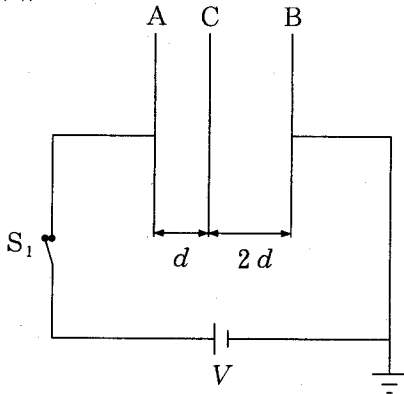


図 1

回路2

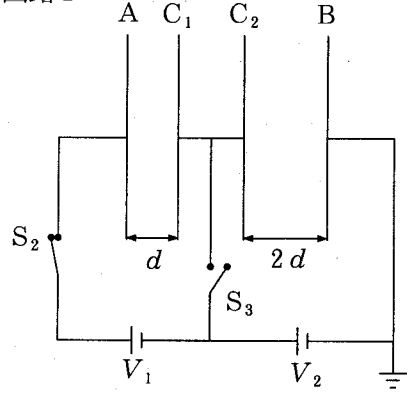


図 2

I 図2に示す平行板コンデンサーの回路2を考えよう。極板 A, C<sub>1</sub> からなるコンデンサー(コンデンサー AC<sub>1</sub>)、極板 C<sub>2</sub>, B からなるコンデンサー(コンデンサー C<sub>2</sub>B)は、それぞれ、間隔  $d$  [m]、 $2d$  [m] で、図1のコンデンサーと同様に面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の極板からなるものとする。ここで、極板間を真空とし、極板の端の効果は無視できるものとする。回路1の金属板 C は回路2の極板 C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> を無限に近づけたものと考えることができる。この回路2において、スイッチ  $S_2$ ,  $S_3$  を閉じ、コンデンサーを充電する。このとき、  
 (i)  $V_1 + V_2 = V$  の条件を保ちながら、極板 C<sub>1</sub> と C<sub>2</sub> の電荷  $Q_{C_1}$ ,  $Q_{C_2}$  に対して、  
 (ii)  $Q_{C_1} + Q_{C_2} = q$  の条件が満たされるように起電力  $V_1$ ,  $V_2$  を調節す

る。この状態からスイッチ  $S_3$  を開いてもコンデンサーの極板の電荷分布と電位は変わらないので、回路2が回路1と等価となる。そこで、回路2を用いて、回路1の極板の電荷を求めよう。

回路2のコンデンサー  $AC_1$ ,  $C_2B$  の静電容量は、それぞれ、 $\boxed{(1)}$  [F],  $\boxed{(2)}$  [F]である。そこで、極板  $C_1$ ,  $C_2$  の電荷  $Q_{C_1}$ ,  $Q_{C_2}$  は、 $S$ ,  $d$ ,  $V$ ,  $V_2$  を用いて、 $Q_{C_1} = \boxed{(3)}$  [C],  $Q_{C_2} = \boxed{(4)}$  [C]と表される。上で述べた条件より、回路2における起電力  $V_2$  は、電荷  $q$ , 起電力  $V$  を用いて、 $V_2 = \boxed{(5)}$  [V]と調整されなければならない。この結果から、回路1における極板  $A$ ,  $B$  の電荷が求められ、その値は、金属板が挿入される前の値と比べて、極板  $A$  の電荷は  $\boxed{(6)}$  [C]減少し、極板  $B$  の電荷は  $\boxed{(7)}$  [C]減少する。これらの減少した電荷の和は金属板  $C$  の電荷  $q$ [C]に等しい。

II 次に、この問題を電気力線の観点から考えてみよう。回路1において、極板  $A$ ,  $B$  と金属板  $C$  の電荷  $Q_A$ [C],  $Q_B$ [C],  $Q_C$ [C]の総和は、これらの電荷から出入りする電気力線が極板間から外にもれ出ることがない(すなわち、コンデンサーの外には電気力線は存在しない)ので、 $Q_A + Q_B + Q_C = 0$ でなければならない。そこで、極板  $A$  の電荷を  $Q_A = Q$  とおくと、 $Q_C = q$  であることから、 $Q_B = -Q - q$  となる。これらの電荷は極板間  $AC$  および  $CB$  間に一様な電界をつくり、その電気力線の密度(すなわち電界の強さ)  $E_{AC}$ ,  $E_{CB}$  は、電荷  $Q$ ,  $q$  を用いて表せば、 $E_{AC} = \boxed{(8)}$  [N/C],  $E_{CB} = \boxed{(9)}$  [N/C]となる。この電界は  $AC$  間、および  $CB$  間に電位差を生じさせるが、 $AB$  間の電位差は  $V$ [V]であることから、電荷  $Q$  は  $S$ ,  $d$ ,  $q$ ,  $V$  を用いて  $Q = \boxed{(10)}$  [C]と求められる。

このように、等価回路を用いて得られた結果と電気力線の観点から得られた結果が一致することがわかる。