

1

理科系

受 験 番 号

32 数 学

答 案 紙

受験番号

1  $e$  を自然対数の底とする。 $e \leq p < q$  のとき、不等式

$$\log(\log q) - \log(\log p) < \frac{q-p}{e}$$

が成り立つことを証明せよ。

1

(解答欄)

2

理科系

受験番号

32 数学

答案紙

受験番号

2 閉区間  $[0, 2\pi]$  上で定義された  $x$  の関数  $f(x) = \int_0^\pi \sin\left(|t - x| + \frac{\pi}{4}\right) dt$  の最大値および最小値とそのときの  $x$  の値をそれぞれ求めよ。

2

(解答欄)

3

理科系

受 験 番 号

32 数 学

## 答 案 紙

受験番号

3

$\triangle ABC$ の外心(外接円の中心) $O$ が三角形の内部にあるとし、 $\alpha, \beta, \gamma$ は

$$\alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

を満たす正数であるとする。また、直線  $OA, OB, OC$  がそれぞれ辺  $BC, CA, AB$  と交わる点を  $A', B', C'$  とする。

(1)  $\overrightarrow{OA}, \alpha, \beta, \gamma$  を用いて  $\overrightarrow{OA'}$  を表せ。

(2)  $\triangle A'B'C'$  の外心が  $O$  に一致すれば  $\alpha = \beta = \gamma$  であることを示せ。

3

(解答欄)

4

(a)

理科系

受 験 番 号

32 数 学

## 答 案 紙

受験番号

第4問は選択問題である。つぎの④(a)または別紙の④(b)のいずれか一方を選んで解答せよ。

④ (a)  $n$  を3以上の自然数とする。有限複素数列  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の各項はいずれも方程式  $z^6 = 1$  の解の一つであり、かつ、関係式  $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0$  を満たしているとする。

(1)  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の中に1が含まれ、 $-1$ が含まれていないとすれば、 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ,  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  はいずれも  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の中に含まれることを示せ。

(2)  $n = 6$  のとき、(1)のような複素数列  $z_1, z_2, \dots, z_6$  のとり方の個数を求めよ。

**4**

(b)

**理科系**

受 験 番 号

32 数 学

**答 案 紙**

受験番号

第 4 問は選択問題である。つぎの**4**(b)または別紙の**4**(a)のいずれか一方を選んで解答せよ。

**4**

(b) 数直線上の原点  $O$  から出発して、硬貨を投げながら駒を整数点上動かすゲームを考える。毎回硬貨を投げて表が出れば  $+1$ 、裏が出れば  $-1$ 、それぞれ駒を進めるとする。ただし、点  $-1$  または点  $3$  に着いたときは以後そこにとどまるものとする。

- (1)  $k$  回目に硬貨を投げたあと、駒が点  $1$  にある確率を求めよ。
- (2)  $k$  回目に硬貨を投げたあと、駒がある点  $X_k$  の期待値  $E[X_k]$  を求めよ。