

1

理科系

受 験 番 号				

32 数 学

--

答 案 紙

受験番号				
------	--	--	--	--

1 2次方程式  $x^2 - px - q = 0$  は実数解  $\alpha, \beta$  を持つものとする。座標平面上の点列  $\{P_n(a_n, b_n)\} (n = 0, 1, 2, \dots)$  を次のように定める。 $(a_0, b_0) = (0, 0)$ ,

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q & p \\ pq & p^2 + q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $P_2, P_3$  の座標を  $\alpha$  のみを用いて表せ。
- (2)  $P_n$  の座標を  $\alpha$  のみを用いて表せ。
- (3)  $n \rightarrow \infty$  のとき,  $P_n(a_n, b_n)$  がある点  $P(a, b)$  に収束するための必要十分条件を  $\alpha$  に関する条件として与え, その点  $P(a, b)$  を求めよ。

1 (解答欄)

2

理科系

受 験 番 号			

32 数 学

--

答 案 紙

受験番号					
------	--	--	--	--	--

2 O を原点とする座標平面上の、半径 1 の円周  $A : x^2 + y^2 = 1$  と直線  $l : y = d$  ( $0 < d < 1$ ) との交点を P, Q とする。円周 A 上の点  $R(x, y)$  は  $y > d$  の範囲を動く。線分 OR と線分 PQ の交点を S, 点 R から線分 PQ へ下ろした垂線の足を T とするとき、線分 ST の長さの最大値を  $d$  を用いて表せ。

2 (解答欄)

3

理科系

受験番号				

32 数学

--

答案紙

受験番号				
------	--	--	--	--

3 サイコロを  $n$  回投げて、3 の倍数が  $k$  回出る確率を  $P_n(k)$  とする。各  $n$  について、 $P_n(k)$  を最大にする  $k$  を  $N(n)$  とする。ただし、このような  $k$  が複数あるときは、最も大きいものを  $N(n)$  とする。

(1)  $\frac{P_n(k+1)}{P_n(k)}$  を求めよ。

(2)  $n \geq 2$  のとき、 $\frac{N(n)}{n}$  を最小にする  $n$  と、そのときの  $\frac{N(n)}{n}$  の値を求めよ。

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n)}{n}$  を求めよ。

3 (解答欄)

4

(a)

理科系

受 験 番 号

--	--	--	--	--

(a)

32 数 学

--

答 案 紙

受験番号

--	--	--	--	--

第4問は選択問題である。つぎの4(a)または別紙の4(b)のいずれか一方を選んで解答せよ。

4

(a) (1) 平行四辺形 ABCD において、 $AB = CD = a$ 、 $BC = AD = b$ 、 $BD = c$ 、 $AC = d$  とする。

このとき、 $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(c^2 + d^2)$  が成り立つことを証明せよ。

(2) 3つの正数  $a, b, c$  ( $0 < a \leq b \leq c$ ) が  $a^2 + b^2 > c^2$  を満たすとき、各面の三角形の辺の長さを  $a, b, c$  とする四面体が作れることを証明せよ。

4

(a) (解答欄)

4

(b)

理科系

受験番号				

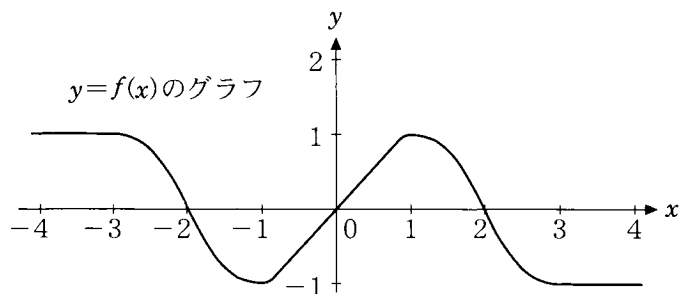
(b) 32 数学

# 答案紙

受験番号				
------	--	--	--	--

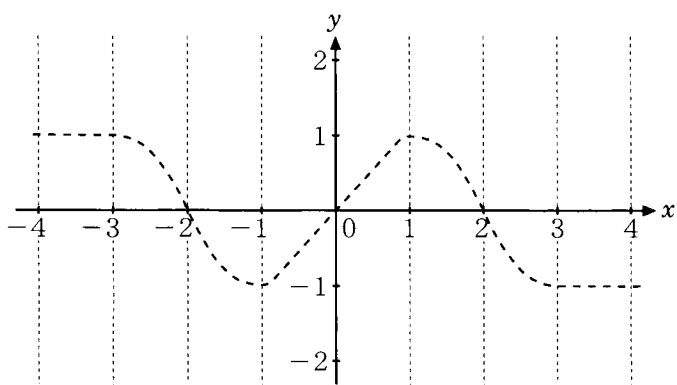
第4問は選択問題である。つぎの4(b)または別紙の4(a)のいずれか一方を選んで解答せよ。

4 (b) 各点で微分可能な関数  $y = f(x)$  のグラフが右の図で与えられている。このとき、 $y = f'(x)$  と  $y = \int_0^x f(t) dt$  のグラフの概形を解答欄の所定の位置に描け。また、そのようなグラフを描いたポイントを列挙して説明せよ。



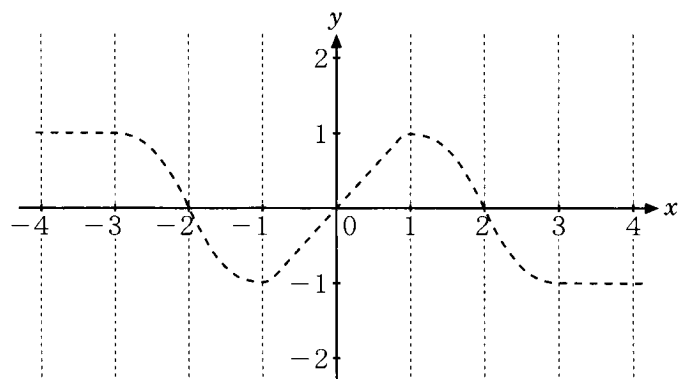
4 (b) (解答欄)

(1)  $y = f'(x)$  のグラフを描く欄



上のようなグラフを描いたポイントとその説明

(2)  $y = \int_0^x f(t) dt$  のグラフを描く欄



上のようなグラフを描いたポイントとその説明