

物理 問題 I

図 1 に示すように、一端を固定した水平なばねの他端に取りつけた物体が、水平な床の上を、ばねの弾性力と床からの摩擦力を受けて、直線運動する。ばねの質量は無視できるほど軽く、ばねは床に触れることなく、水平方向に伸び縮みすることができる。ばねの弾性力についてはフックの法則が成り立つとする。物体の質量を m 、ばね定数を k 、物体と床の間の静摩擦係数を μ_0 、動摩擦係数を μ_1 、摩擦係数の比を $r = \frac{\mu_1}{\mu_0}$ (< 1)、重力加速度を g とする。物体の位置(左端の位置) x は、物体が運動する方向の座標軸を用いて測り、ばねが自然の長さになる物体の位置を原点 O とし、右向きを正とする。

物体を位置 x におき静かに手をはなしたとき、物体がそこに静止するためには、位置 x はある範囲になければならなかった。この範囲を物体の**静止可能範囲**と呼び、範囲内の位置 x の最大値を d と表そう。

物体を静止可能範囲の外におくと、物体はおかれた位置に静止することができず、運動をはじめ。この運動において物体にはたらく動摩擦力は、大きさはつねに一定であるが、その向きは物体の速度 v の正負によって異なる。そこで、以下では物体の運動をその速度 v の正負に応じて 2 種類に分類し、 $v > 0$ の運動を**右向き運動**、 $v < 0$ の運動を**左向き運動**と呼ぼう。

物体を位置 x_0 ($> d$) におき、時刻 $t = 0$ に静かに手をはなしたら、物体は左向き運動をはじめ、時刻 t_1 に位置が x_1 で速度が 0 になった。その後、物体は右向き運動に転じ、時刻 t_2 に位置が x_2 で速度が 0 になり、そこで物体は運動をやめ、静止した。

以下の問いに答えよ。

- (1) 物体の静止可能範囲と、範囲内の位置 x の最大値 d を求めよ。
- (2) 最初の左向き運動の範囲 $x_1 \leq x \leq x_0$ について調べよう。答えは d と r (摩擦係数の比) を用いて表せ。
 - (a) 時刻 $t = 0$ と t_1 における力学的エネルギーの間に成り立つ関係を考えて、位置 x_1 を d 、 r と位置 x_0 を用いて求めよ。
 - (b) 物体の速度が 0 になった位置 x_1 で物体が静止してしまわないためには、物体をおく位置 x_0 はどの範囲になければならないか。

- (c) 物体が位置 x にあるとき、自然の長さから測ったばねの伸び縮みの大きさは $|x|$ である。時刻 $t = 0$ と t_1 の間に起こった、ばねの伸び縮みの大きさの変化 $|x_1| - |x_0|$ を求めよ。
- (3) 左向き運動について、もう少し詳しく調べてみよう。
- (a) 物体の位置を x 、加速度を a として、物体の運動方程式を書け。
- (b) 物体にはたらく力が 0 になる位置 d_1 を求めよ。(答えは d と r を用いて表せ。)
- (c) 物体の左向き運動はどのような運動になるか。運動方程式に基づいて説明せよ。
- (d) 物体の速度が 0 になった時刻 t_1 を求めよ。
- (4) 右向き運動についても、左向き運動と同じようにして調べることができる。 $0 \leq t \leq t_2$ の範囲で、時刻 t における物体の位置 x の時間変化を図示せよ。また、 t 軸上に時刻 t_2 の位置を記入せよ。

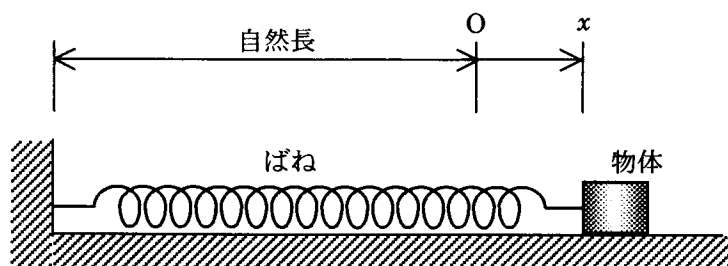


図 1

物理 問題 II

図1に示すように2本のレールが同一水平面に距離 L だけ隔てて平行におかれている。レールはじゅうぶんに長い導体であり、その右端は抵抗 R と電気容量 C のコンデンサーを含む回路に接続されている。レール上には滑らかに移動できる質量 m の直線状の導体棒 ab がおかれている。導体棒はレールに対していつも垂直である。導体部分の抵抗、レールとの接触抵抗、および回路の自己インダクタンスは無視できる。初めスイッチ S が開いた状態で、コンデンサーの極板に図1のように電荷 $+Q_0$ 、 $-Q_0$ が蓄えられていて、導体棒は静止していた。

時間変化しない磁束密度 B の一様な磁場を鉛直上向きに加え、時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じたところ、導体棒は動き出した。そのとき導体棒を a から b へ流れた電流 I は、図2に示すように、スイッチ S を閉じた後 I_0 から減少し、時刻 $t = t_m$ を過ぎると無視できるほど小さくなった。一方、導体棒の速度は、図3に示すように、スイッチ S を閉じると増加し、時刻 $t = t_m$ を過ぎると一定とみなされる値 v_m になった。以下の問いに答えよ。

- (1) 導体棒が動き出す方向は図1の右、左のどちらか。
- (2) 導体棒が磁場から受ける力の大きさを F とする。 F を縦軸に、時間 t を横軸にとって、 F の時間変化の概略図を示せ。また、解答欄の空欄に F の最大値を示す数式を記入せよ。
- (3) 図2の斜線部の面積はコンデンサーが最終的に失う電荷 ΔQ に等しい。スイッチを閉じてから速度が一定になるまでに導体棒が受けた力積を考えて次式の空欄に入る適当な数式を答えよ。

$$v_m = \boxed{} \Delta Q$$

- (4) 時刻 $t (> t_m)$ におけるコンデンサー極板間の電圧 V を Q_0 、 ΔQ 、 C を用いて表せ。
- (5) 時刻 $t (> t_m)$ において、回路 $abcd$ を貫く磁束の変化の割合 $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ を求めよ。
- (6) 時刻 $t (> t_m)$ において、電流が流れなくなる理由について述べよ。
- (7) 次式を導き、 v_m を Q_0 を用いて表せ。

$$\Delta Q = \frac{m}{m + CB^2 L^2} Q_0$$

さて、 v_m の大きさは B の大きさに依存する。これについて考えよう。

- (8) B がじゅうぶん大きい時、 v_m はどうなるか。また、その理由を述べよ。
- (9) v_m を最大にする B を求めよ。また、そのときの v_m を求めよ。

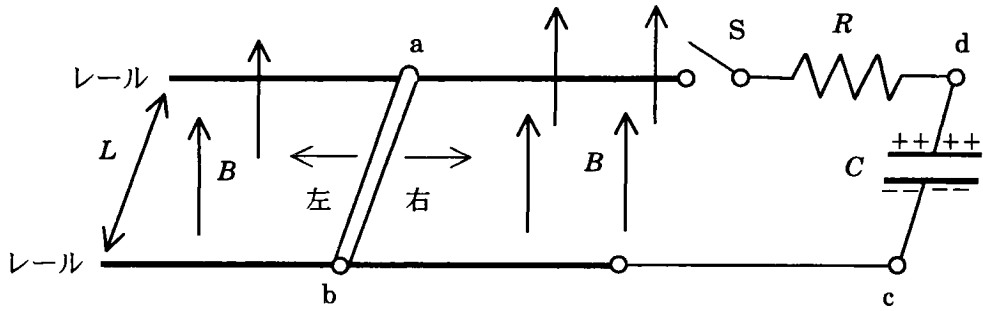


図1

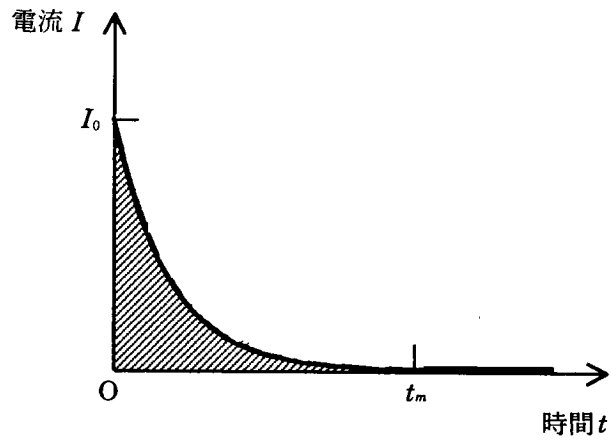


図2

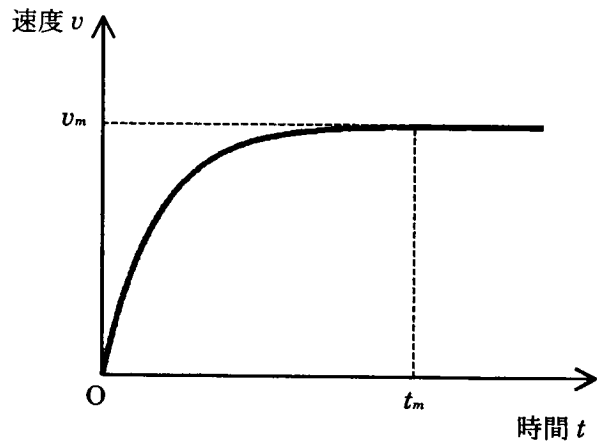


図3