

平成 26 年度 入学試験問題

理 科

Ⅰ 物 理・Ⅱ 化 学
Ⅲ 生 物・Ⅳ 地 学

2 月 25 日 (火) (情—自然) 13 : 45—15 : 00

(理・医・工・農) 13 : 45—16 : 15

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子と答案冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子のページ数は、60 ページである。
3. 問題冊子とは別に、答案冊子中の答案紙が理学部志望者と情報文化学部自然情報学科志望者には 15 枚 (物理 3 枚、化学 5 枚、生物 3 枚、地学 4 枚)、医学部志望者と農学部志望者には 11 枚 (物理 3 枚、化学 5 枚、生物 3 枚)、工学部志望者には 8 枚 (物理 3 枚、化学 5 枚) ある。
4. 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
5. 情報文化学部自然情報学科志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 1 科目を選択して解答せよ。
理学部志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 2 科目を選択して解答せよ。ただし、物理、化学のいずれかを必ず含むこと。
医学部志望者と農学部志望者は、物理、化学、生物のうち 2 科目を選択して解答せよ。
工学部志望者は、物理と化学の 2 科目を解答せよ。
6. 解答にかかる前に、答案冊子左端の折り目をていねいに切り離し、自分が選択する科目の答案紙の、それぞれの所定の 2 箇所に受験番号を記入せよ。選択しない科目の答案紙には、大きく斜線を引け。
7. 解答は答案紙の所定の欄に記入せよ。所定の欄以外に書いた解答は無効である。
8. 答案紙の右寄りに引かれた縦線より右の部分には、受験番号のほかは記入してはいけない。
9. 問題冊子の余白は草稿用として使用してもよい。
10. 試験終了後退室の許可があるまでは、退室してはいけない。
11. 答案冊子および答案紙は持ち帰ってはいけない。問題冊子は持ち帰ってもよい。

I

物 理

問題は次のページから書かれていて，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの3題ある。3題すべてに解答せよ。

解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には，答にいたるまでの過程の要点（法則，関係式，論理，計算など）を書け。

物理 問題 I

図1のように、なめらかな水平面PQがあり、その両端の点P、Qから左右に斜面がつながっている。その面上を大きさが無視できる質量 m の2つの物体A、物体Bが運動する。左側の斜面および右側の斜面と水平面のなす角度は、それぞれ $\frac{\pi}{6}$ 、 $\frac{\pi}{3}$ である。点Oは区間PQの中点であり、OPとOQの長さを L とする。物体Aおよび物体Bと左側の斜面とのあいだの静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。これらは $\mu > \mu'$ を満たす。一方、右側の斜面は水平面と同じく、なめらかである。物体Aと物体Bの衝突時の反発係数を $\frac{1}{\sqrt{2}}$ とする。物体A、物体Bは、斜面と水平面のつなぎ目をなめらかに運動する。物体A、物体Bにはたらく空気抵抗は無視できる。重力は鉛直下向きに作用し、重力加速度の大きさを g とする。すべての運動は、図1に示す鉛直平面内で起こるものとする。以下の設問に答えよ。

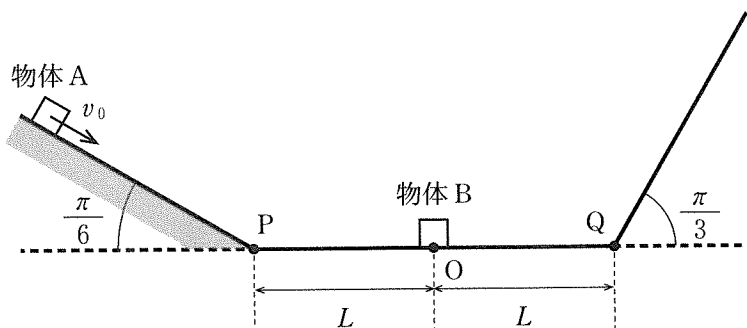


図1

設問(1): 物体Aを初速 v_0 で左側の斜面を下向きに滑らせたところ、物体Aは点Pに到達するまで常に等速直線運動をした。動摩擦係数 μ' を求めよ。

設問(2): 斜面を滑り落ちた後、物体Aは点O上に静止した物体Bと1回目の衝突をした。衝突後の物体Aと物体Bの速さをそれぞれ v_1 、 w_1 として、それらを v_0 を用いて表せ。

物体 A と物体 B が衝突した時刻を $t = 0$ とする。衝突後、物体 B は水平面上を速さ w_1 で等速直線運動をし、時刻 t_1 において点 Q を通過した。

設問(3)：物体 B は点 Q を通過後、右側の斜面をのぼり始めた。そして最高점에到達後、物体 B は斜面を滑り落ち始め、時刻 t_2 において再び点 Q を通過した。 $t_2 - t_1$ を、 g 、 w_1 を用いて表せ。

設問(4)：1 回目の衝突後、物体 A は点 Q に到達する前に、再び点 Q を通過した物体 B と、水平面上で時刻 t_3 において 2 回目の衝突をした。 t_3 を、 L 、 g 、 v_0 を用いて表せ。また、このような衝突が実際に起こるために L が満たすべき条件式を、 g 、 v_0 を用いて表せ。

設問(5)：2 回目の衝突後の物体 A と物体 B の速さをそれぞれ v_2 、 w_2 とする。それらを v_0 を用いて表せ。

設問(6)：2 回目の衝突後、物体 A は左側の斜面をのぼり、ある高さまで到達してから静止した。なぜ静止したのか、物体 A に働く最大摩擦力と、重力の斜面方向の分力に注意して、数式と文章を交えて説明せよ。

物理 問題Ⅱ

図1に示すように、半径 a の3枚の薄い導体円板 C_0 , C_1 , C_2 が、 xy 平面に平行に距離 d の間隔をおいて並んでいる。円板 C_0 , C_1 , C_2 の中心をそれぞれ原点 O , 点 $P_1(0, 0, d)$, $P_2(0, 0, -d)$ とする。3つの円板は細い心棒で接続されており、円板 C_1 , C_2 はそれぞれ点 P_1 , P_2 を中心に回転できるとする。円板 C_0 と心棒は固定されている。各々の円板は図1のように、円板の外周の点から、スイッチ S_0 , S_1 , S_2 と抵抗 R (抵抗値 R)、導線を介して接地することができる(接地点の電位を0とする)。ただし、円板 C_1 , C_2 が自由に回転できるようにブラシによって電気接触をとる。これらは全て真空中に置かれており、真空の誘電率を ϵ_0 とする。導体円板、導線およびブラシの電気抵抗は無視できるとして、以下の設問に答えよ。

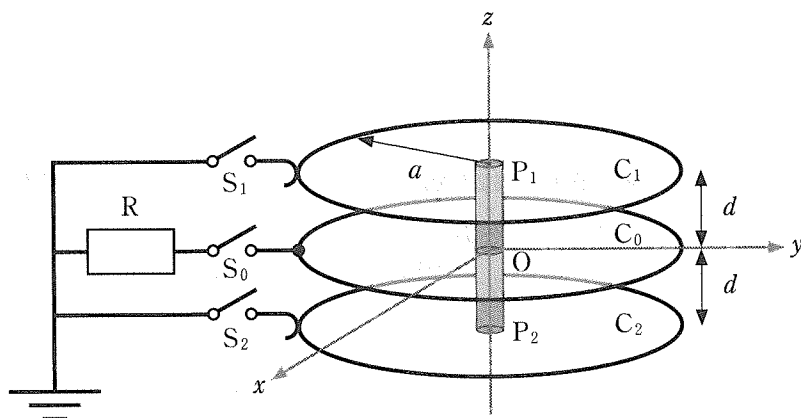


図1

設問(1)から(3)において、心棒は不導体として扱う。なお、心棒の断面積は、円板の面積に比べて十分に小さく、無視できるとする。

設問(1): 円板 C_0 は帯電していないとし、スイッチ S_0 , S_1 は切ったまま、 S_2 を入れる。円板 C_1 を電気量 Q の正電荷で帯電させたとき、円板 C_1 の電位を求めよ。円板間では z 軸に沿って一様な電場が生じ、円板間以外での電場は無視できるとする。

設問(2)：続いて，スイッチ S_1 も入れたのち，円板 C_0 を電気量 Q の正電荷で帯電させた。このとき，円板 C_0 の電位を求めよ。

設問(3)：さらに，スイッチ S_0 も入れると，抵抗 R にしばらく電流が流れた。このとき，抵抗 R で発生した熱エネルギーの総量を求めよ。

次に，図 2 に示すように， z 軸の正方向に一様な磁場(磁束密度 B)をかける。スイッチ S_1 と S_2 は入れたまま， S_0 を切って，円板 C_1 と C_2 を z 軸周りに図の方向へ(z 軸の正側から見て反時計回り)，一定の角速度 Ω で回転させた。以降の設問では，心棒は導体として扱い， OP_1 間と OP_2 間の抵抗値はともに R_0 とする。円板と心棒の間，およびブラシの接点における摩擦は無視できるとする。また，円板の回転によって生じる磁場は無視できるとする。

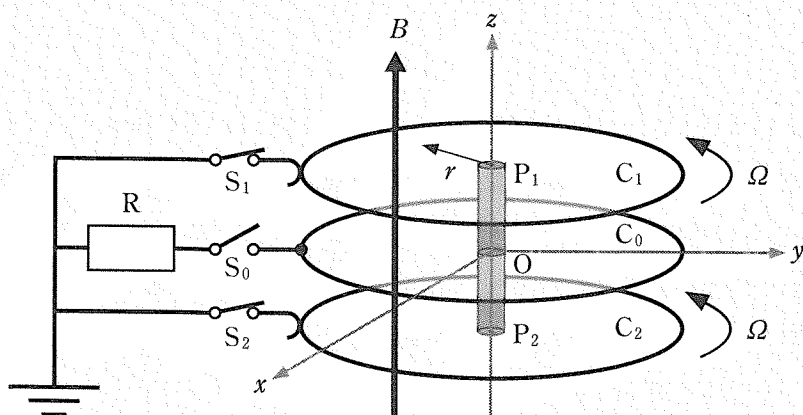


図 2

設問(4)：円板 C_1 ， C_2 内に存在する自由電子は円板とともに回り，磁場によってローレンツ力を受ける。電子は円板の半径に沿って，(ア)中心($r = 0$)に向かう方向，(イ)外周($r = a$)に向かう方向，のどちらに移動するか。(ア)または(イ)で答えよ。

設問(5)：自由電子が移動した結果、円板 C_1 , C_2 の面に沿って電場が生じる。それぞれ中心 P_1 , P_2 から距離 r における円板内の電場の大きさ $E(r)$ を求めよ。
ただし、電子が受ける遠心力の影響は無視できるとする。

設問(6)：円板には電場が生じるので、電位差が存在する。そこで、横軸に中心からの距離 r 、縦軸に単位電荷 (1 C) が電場から受ける力を描いたグラフを考える。単位電荷が円板の外周 ($r = a$) から中心 ($r = 0$) まで移動するときに、力が単位電荷に対して行う仕事から、点 P_1 の電位 V を求めよ。

次に、スイッチ S_0 を入れると円板に電流が流れ、一定の角速度で回転していた円板は減速を始めた。

設問(7)：スイッチ S_0 を入れた瞬間に抵抗 R に流れる電流の大きさ I を、 R , R_0 , V を用いて表せ。

設問(8)：ある時刻 t での円板の角速度を ω とする。微小時間が経過した $t + \Delta t$ のとき、角速度は $\omega + \Delta\omega$ へ変化したとする。円板 1 枚あたりの質量を M として、角速度の時間変化 $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ を、 ω , a , B , M , R , R_0 を用いて表せ。なお、円板の質量は外周部 ($r = a$) に集中していると仮定し、その運動エネルギーは $\frac{Ma^2\omega^2}{2}$ と表せることを利用せよ。また、 $(\Delta\omega)^2$ や $\Delta\omega\Delta t$ などの微小量どうしの積は無視すること。

草 稿 用 紙

(切りはなしてはならない)

物理 問題Ⅲ

球面凸レンズの原理を調べよう。まず、図1のように、点Aにレーザー光源を置き、透明な物質でできた半径 R の球体にレーザー光を当てる。物質の屈折率は $n(n > 2)$ であり、光の波長によらず一定とする。球体の外部は真空である(屈折率1)。レーザー光は十分に細く、広がらずに進む。球体の中心を点Oとし、直線AOが球表面と交わる点をBとする。レーザー光は、球面上の点Cで屈折し、直線AOと球体内の点Dで交差した。ABの長さを d_1 、BDの長さを d_2 、点Cの直線AOからの距離を h とする。直線ACと直線OCのなす鋭角を θ_1 、 $\angle OCD = \theta_2$ 、 $\angle CAB = \alpha$ 、 $\angle COB = \beta$ 、 $\angle CDB = \gamma$ とする。各角度はラジアンで表されている。以下では、 h は R に比べて十分に小さいとする。このとき θ_1 、 θ_2 、 α 、 β 、 γ に対して、微小角度 x に対する近似式 $\sin x \simeq x$ 、 $\cos x \simeq 1$ が成り立つものとする。以下の設問に答えよ。

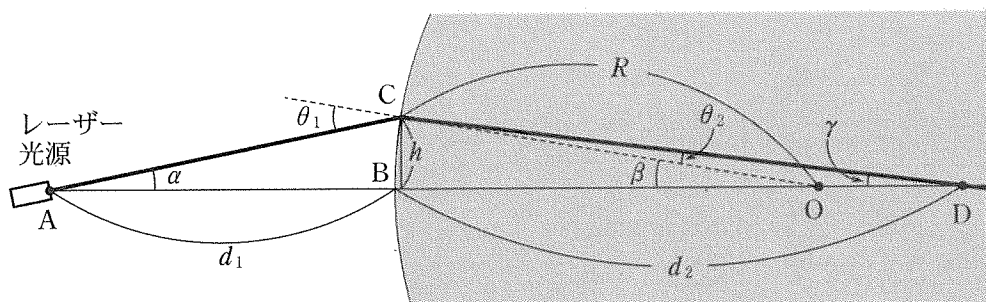


図1

設問(1): θ_1 と θ_2 の間に成立する関係を、屈折率 n を用いて表せ。

設問(2)：以下の文章中の (ア) ~ (カ) , (ケ) に入る数式を答えよ。

(キ) , (ク) では、適切な語句を選べ。

図1において θ_1 , θ_2 を α , β , γ を使って表すと, $\theta_1 = \text{(ア)}$, $\theta_2 = \text{(イ)}$ である。設問(1)で求めた関係を用いると, 屈折率 n は α , β , γ を使って, $n = \text{(ウ)}$ と表すことができる。ACの長さを s_1 , CDの長さを s_2 とし, α , β , γ を s_1 , s_2 , R , h を使って表すと, $\alpha = \text{(エ)}$, $\beta = \text{(オ)}$, $\gamma = \text{(カ)}$ である。これらを $n = \text{(ウ)}$ に代入すると, $s_2 = \frac{nR}{(n-1) - \frac{R}{s_1}}$ が得られる。微小角度に対する近似式を用いると, $d_1 \doteq s_1$, $d_2 \doteq s_2$ であり, $d_2 = \frac{nR}{(n-1) - \frac{R}{d_1}}$ となる。距離 d_1 を一定に保ちつつレーザー光源の方向を変えて h を大きくすると, d_2 は (キ)大きくなる, 小さくなる, 変化しない。 h を変えずに距離 d_1 を大きくすると, d_2 は (ク)大きくなる, 小さくなる, 変化しない。

一方, レーザー光源を球体に近づけて $d_1 < \frac{R}{n-1}$ とすると, レーザー光は図1のように進まず, 図2のようにA→C→Eと進む。直線CEは直線AOと球体の外の点Dで交差する。このとき, 屈折率 n を図2の α , β , γ を使って表すと $n = \text{(ケ)}$ であり, BDの長さは $d_2 = -\frac{nR}{(n-1) - \frac{R}{d_1}}$ となる。

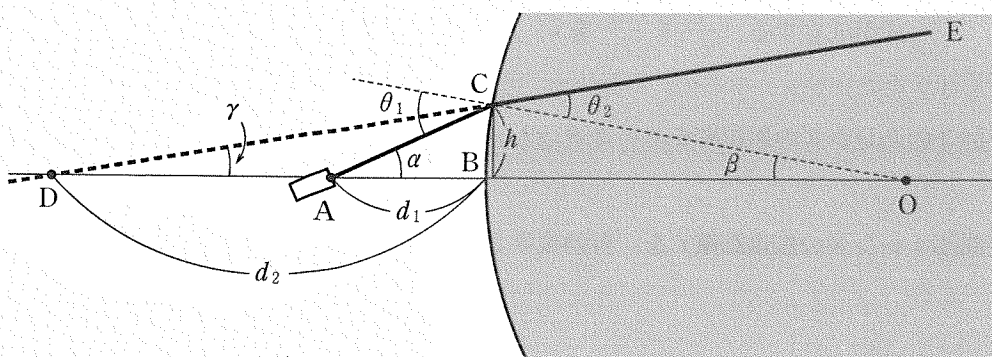


図 2

次に図3のように、球体と同じ物質の凸レンズを用意する。レンズの光軸は直線BCであり、光軸上の点Aにレーザー光源を置く。点B、点Cを含むレンズの表面はそれぞれ点 O_1 、点 O_2 を中心とする半径 R の球面である。レーザー光は、レンズ表面上の点E、点Fを通り、光軸と点Dで交差した。ABの長さを l_1 、CDの長さを l_2 とする。レンズの厚みBCは十分に薄く、 l_1 や l_2 に対して無視することができる。 $\angle EAB$ と $\angle FDC$ は微小角であるとする。

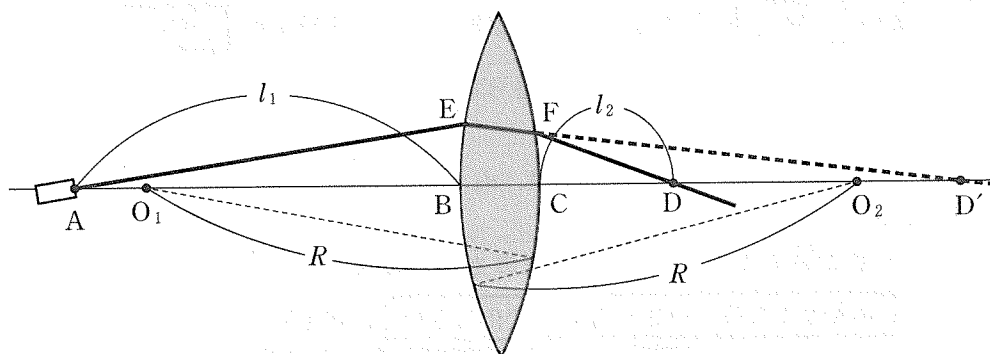


図3

設問(3)：点Fでの屈折を考えなければ、レーザー光は光軸と点 D' で交差する。 l_1 と BD' の長さには、設問(2)で導出した関係式が成立する。続いて点Fでの屈折を考えると、レーザー光は $E \rightarrow F \rightarrow D$ と進む。一方、点Dにレーザー光源を置き、点Fにレーザー光を照射すると、レーザー光は $D \rightarrow F \rightarrow E$ と進む。これは図2の状況に対応し、 l_2 と CD' の長さには、設問(2)で導出した関係式が成立する。 $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}$ を n 、 R を用いて表せ。

図3の凸レンズの屈折率を $n = 2.6$ とし、 $R = 70 \text{ cm}$ とする。

設問(4)：レンズの焦点距離 f を、有効数字2桁で求めよ。

設問(5)：レーザー光源を取り除き，レンズより十分に小さい物体を点 A に置く。物体に照明をあてて，レンズをはさんで物体の反対側に置いたスクリーンにはっきりとした像を映す。像の拡大率を 10 倍にするための距離 l_1 を有効数字 2 桁で求めよ。

草 稿 用 紙

(切りはなしてはならない)