

平成 28 年度 入学試験問題

理 科

Ⅰ 物 理・Ⅱ 化 学
Ⅲ 生 物・Ⅳ 地 学

2 月 25 日(木) (情—自然) 13:45—15:00

(理・医・工・農) 13:45—16:15

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子と答案冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子のページ数は、61 ページである。
3. 問題冊子とは別に、答案冊子中の答案紙が理学部志望者と情報文化学部自然情報学科志望者には 18 枚(物理 3 枚、化学 5 枚、生物 4 枚、地学 6 枚)、医学部志望者と農学部志望者には 12 枚(物理 3 枚、化学 5 枚、生物 4 枚)、工学部志望者には 8 枚(物理 3 枚、化学 5 枚)ある。
4. 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
5. 情報文化学部自然情報学科志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 1 科目を選択して解答せよ。

理学部志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 2 科目を選択して解答せよ。ただし、物理、化学のいずれかを必ず含むこと。

医学部志望者と農学部志望者は、物理、化学、生物のうち 2 科目を選択して解答せよ。

工学部志望者は、物理と化学の 2 科目を解答せよ。

6. 解答にかかる前に、答案冊子左端の折り目をていねいに切り離し、自分が選択する科目の答案紙の、それぞれの所定の 2 箇所受験番号を記入せよ。選択しない科目の答案紙には、大きく斜線を引け。
7. 解答は答案紙の所定の欄に記入せよ。所定の欄以外に書いた解答は無効である。
8. 答案紙の右寄りに引かれた縦線より右の部分には、受験番号のほかは記入してはいけない。
9. 問題冊子の余白は草稿用として使用してもよい。
10. 試験終了後退室の許可があるまでは、退室してはいけない。
11. 答案冊子および答案紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってもよい。



物 理

問題は次のページから書かれていて、Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの3題ある。3題すべてに解答せよ。

解答は、答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には、答にいたるまでの過程の要点(法則，関係式，論理，計算など)を書け。

物理 問題 I

図 1 に示すように、水平面より角度 θ だけ傾いた斜面がある。その斜面上に質量 M の三角台 ($\angle QPR = \theta$) が辺 PR を斜面に接して置かれており、三角台の辺 QR は斜面の下端にある斜面に垂直な壁とばね定数 k のばねでつながれている。また、辺 PQ 上の中点には大きさが無視できる質量 m の物体が置かれている。ばねは斜面に対して平行で、フックの法則に従うものとし、三角台と斜面の間には摩擦がないものとする。

最初、物体および三角台は、三角台に作用する力が釣り合う位置で静止している。このとき、ばねは自然長より d だけ縮んでいる。このつり合いの状態における点 R の位置を原点として、斜面と平行に x 軸を取り、右下方向を正とする。また、三角台は十分に大きく、物体は三角台上で運動するものとする。ただし、空気による抵抗はなく、重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。

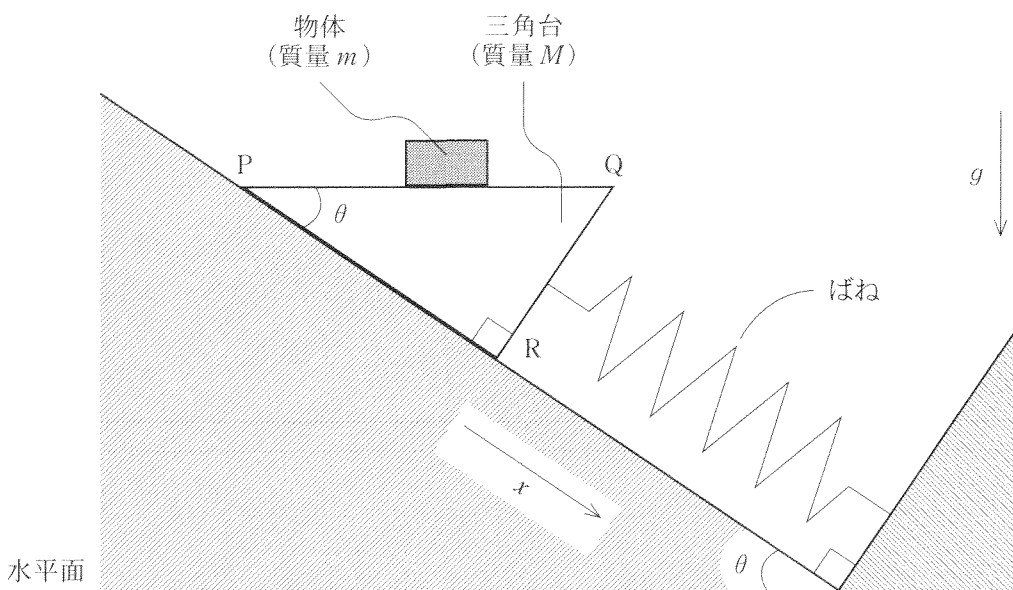


図 1

設問(1): d を g , k , m , M , θ を用いて表せ。

まず、物体と三角台の間には摩擦がないものとする。三角台が斜面に沿って加速度 a で運動する場合を考えよう。図 1 の状態からばねが自然長となる位置 ($x = -d$) までは物体および三角台を戻し、そこで静かに手を離す。以下の設問に答えよ。

設問(2)：以下の文章が正しい記述になるように、 を埋めよ。(あ)は d, g, k, M, N, x, θ , (い)は g, m, a, θ , (う)は k, m, M, x, θ , (え)は g, k, m, M, x, θ を用いて表せ。

三角台の斜面方向の運動方程式は、三角台が物体から受ける垂直抗力を N とすると、

$$Ma = \text{ (あ) } \dots\dots ①$$

となる。一方、三角台とともに移動する観測者から見た、物体に働く垂直方向の力の釣り合いより、垂直抗力は、

$$N = \text{ (い) } \dots\dots ②$$

と表される。②式を①式に代入し、設問(1)の結果を使うと、加速度は、

$$a = \text{ (う) } \dots\dots ③$$

と求まる。③式の結果を②式に代入すると、垂直抗力は $N = \text{ (え) } \text{ と求まる。}$

設問(3)：以下の文章が正しい記述になるように、 を埋めよ。(き)(く)には問題文のうしろにある選択肢(a)～(d)から適切なものを選んで、記号を書け。また、(おか)(け)に入る数式を d, k, m, M, θ から必要なものを用いて表せ。

三角台は、 x 軸方向の単振動を行う。その周期は (お) , 振幅は (か) となる。このとき物体に作用する (き) 方向の力はゼロである。従って、物体は三角台の単振動と同じ周期で (く) 方向の単振動を行う。また、その振幅は (か) $\times$ (け) となる。

(き) (く) の選択肢：

- (a) 水平
- (b) 鉛直
- (c) 斜面に平行な
- (d) 斜面に垂直な

次に、図 1 において質量 M の三角台を、同じ質量で三角台と物体の間に摩擦があるものに取り換えた。ただし、三角台と斜面の間には摩擦がないものとする。図 1 の状態からばねが自然長となる位置 ($x = -d$) まで物体および三角台を戻し、そこで静かに手を離すと、静止摩擦力により物体と三角台が一体となって動き出した。三角台と物体の間の静止摩擦係数を μ_0 と表す。以下の設問に答えよ。

設問(4)：物体に作用する静止摩擦力を F とする。ただし、水平方向に沿って右向きを F の正の方向とする。位置 x における静止摩擦力 F を $g, k, m, M, x, \theta, \mu_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

設問(5)：物体と三角台との間の最大静止摩擦力を F_0 とする。位置 x における F_0 の大きさを $g, k, m, M, x, \theta, \mu_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

設問(6)：以下の文章が正しい記述になるように、(こ) ～ (し) に入る数式を $g, k, m, M, \theta, \mu_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

物体と三角台が一体となって動き続けるために必要な、静止摩擦係数の最小値を求めてみよう。物体と三角台が互いに滑らないためには、運動中のあらゆる位置で静止摩擦力の大きさ $|F|$ が最大静止摩擦力 F_0 を下回っていないなければならない。 $F_0 - |F|$ が最も小さくなるとき、静止摩擦力は (こ)，最大静止摩擦力は (さ) と表される。これより、物体と三角台が互いに滑らないための静止摩擦係数の最小値は (し) と求まる。

草 稿 用 紙

(切りはなしてはならない)

物理 問題Ⅱ

図1に示すように、直流電源 V_1 (起電力 V_1)、検流計 G (内部抵抗値 R_G)、抵抗 R_1 (抵抗値 R_1)、抵抗 R_2 (抵抗値 R_2)、抵抗 R_3 (抵抗値 R_3)、抵抗 R_4 (抵抗値 R_4) からなる回路がある。直流電源 V_1 の内部抵抗と導線の抵抗は無視する。端子 C から端子 P に流れる電流を I_L 、端子 C から端子 Q に流れる電流を I_R 、端子 P から端子 Q に向かって検流計 G を流れる電流を I_G とする。ただし、図の矢印の方向を電流の正方向と定義する。以下の設問に答えよ。

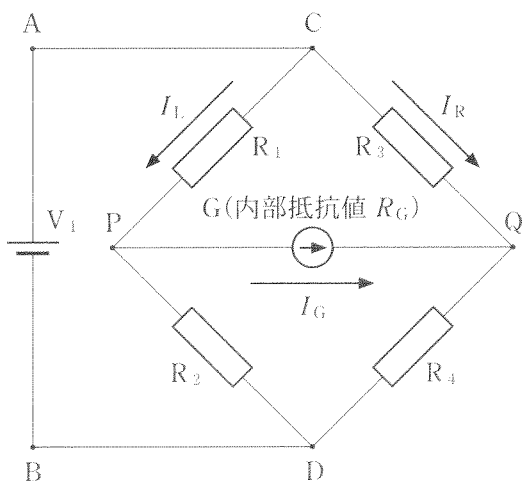


図1

設問(1)：経路 $A-B-D-P-C-A$ ならびに経路 $A-B-D-Q-C-A$ において電圧に関するキルヒホッフの法則を適用し、 I_L ならびに I_R を V_1 、 I_G 、 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 の中から適切なものを用いて示せ。

設問(2)：経路 $C-P-Q-C$ において電圧に関するキルヒホッフの法則を適用し、 I_L 、 I_R 、 I_G 、 R_1 、 R_3 、 R_G の間に成り立つ関係式を示せ。

設問(3)： $V_1 = 5\text{ V}$ 、 $R_1 = 2\ \Omega$ 、 $R_2 = 1\ \Omega$ 、 $R_3 = 1\ \Omega$ 、 $R_4 = 2\ \Omega$ 、 $R_G = 2\ \Omega$ の場合について、 I_G を符号を含めて計算せよ。

次に図1の回路の中の，抵抗 R_2 をダイオード R_D に，抵抗 R_4 を非直線抵抗 R_N に，それぞれ置き換えた(図2)。ダイオード R_D は順方向の電圧を印加したとき，電圧(V)とそのとき流れる電流(I)との間に $V^2 = a_D^2 I$ (a_D は正の定数)の関係が成り立つような性質を持っている。逆方向の電圧を印加したときは電流が流れない。また，非直線抵抗とは電流の大きさが電圧に比例しない抵抗で，非直線抵抗 R_N は電圧(V)とそのとき流れる電流(I)との間に $V = a_N^2 I^2$ (a_N は正の定数)の関係が成り立つような性質を持っている。ただし，電圧に対する電流の向きは通常の抵抗と同じである。検流計 G に流れる電流が0 となるときの，以下の設問に答えよ。

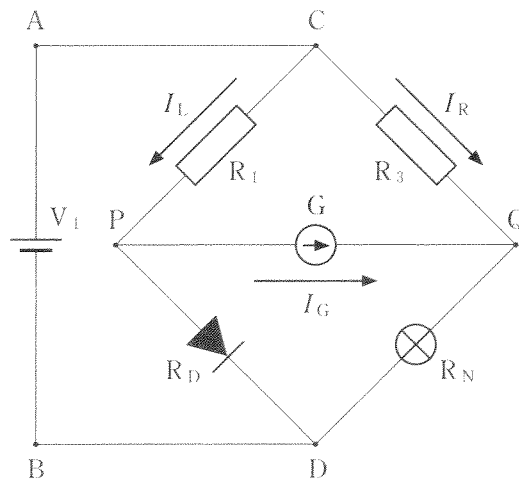


図2

設問(4)：非直線抵抗 R_N の特性を求めることを考える。以下の に入る数式または数値を答えよ。

経路 $A-B-D-P-C-A$ において電圧に関するキルヒホッフの法則を適用すると，

$$V_1 = \text{ (ア)} \quad \text{①}$$

という関係式が得られる。この関係式は $\sqrt{I_L}$ に関する2次方程式とみなすことができるため， $\sqrt{I_L} > 0$ を考慮すると

$$\sqrt{I_L} = \text{ (イ)} \quad \text{②}$$

と求まる。

次に経路 $A-B-D-Q-C-A$ において電圧に関するキルヒホッフの法則を適用すると、

$$V_1 = \boxed{\text{(ウ)}} \quad \text{③}$$

という関係式が得られる。この関係式は I_R に関する 2 次方程式とみなすことができるため、 $I_R > 0$ を考慮すると

$$I_R = \boxed{\text{(エ)}} \quad \text{④}$$

と求められる。

$V_1 = 4 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $a_D^2 = 9 \Omega \text{ V}$ の場合、 a_N^2 の値は

$$\boxed{\text{(オ)}} \Omega^2 \text{ V}^{-1} \text{ となる。}$$

次に図 1 の回路の中の、直流電源 V_1 を交流電源 V_2 (起電力 V_2 , 角周波数 ω) に、抵抗 R_1 を内部抵抗が無視できないコイル L_1 (自己インダクタンス L_1 , 内部抵抗値 R_1) に、それぞれ置き換えた。また抵抗 R_4 と端子 Q の間にコンデンサ C_1 (電気容量 C_1) を挿入した (図 3)。交流電源 V_2 とコンデンサ C_1 の内部抵抗、および導線の抵抗は無視する。検流計 G に流れる電流が、時間によらず常に 0 となるときの、以下の設問に答えよ。

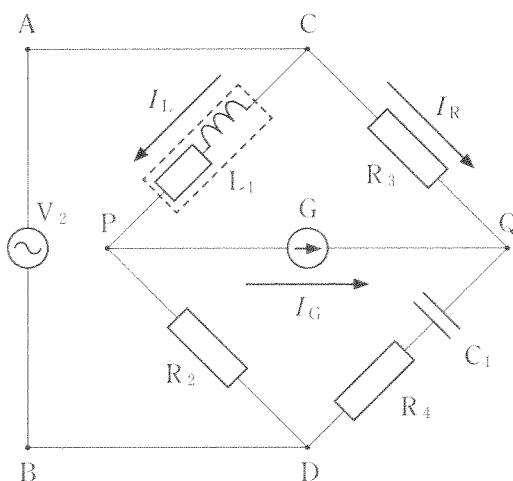


図 3

設問(5): L_1 と R_1 を R_2, R_3, R_4, C_1 を用いて表現することを考える。以下の

に入る数式を答えよ。

交流電流 I_L は電流の最大値 I_L^0 , 位相 θ_1 , 角周波数 ω と時間 t を用いて

$$I_L = I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1) \quad (5)$$

のように表現できる。同様に交流電流 I_R は電流の最大値 I_R^0 , 位相 θ_2 , 角周波数 ω と時間 t を用いて

$$I_R = I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2) \quad (6)$$

のように表現できる。検流計 G に電流が流れないことから、端子 P と端子 Q は等電位となる。このことから、コンデンサ C_1 による位相のずれを δ_1 とし、

$$R_2 I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1) = \text{(カ)} I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2 + \delta_1) \quad (7)$$

という関係式が得られる。ここで ω, C_1, R_4 を用いて

$$\tan \delta_1 = \text{(キ)} \quad (8)$$

である。同様に、コイル L_1 による位相のずれを δ_2 とし、

$$R_3 I_R^0 \sin(\omega t + \theta_2) = \text{(ク)} I_L^0 \sin(\omega t + \theta_1 + \delta_2) \quad (9)$$

という関係式が得られる。ここで ω, L_1, R_1 を用いて

$$\tan \delta_2 = \text{(ケ)} \quad (10)$$

である。

以上のことから、 L_1 と R_1 は $R_2, R_3, R_4, C_1, \omega$ を用いて

$$L_1 = \frac{\text{(コ)}}{1 + \omega^2 C_1^2 R_4^2}, \quad R_1 = \frac{\text{(サ)}}{1 + \omega^2 C_1^2 R_4^2}$$

と求めることができる。

物理 問題Ⅲ

図1のような、頂角が α 、高さが h の直角三角形を底面とする三角プリズムがある。三角プリズムの屈折率は n_1 ($n_1 > 1$)である。単色光が三角プリズムのXY面に入射し、三角プリズムのXZ面から透過して出ていく場合を考える。光が空気中から三角プリズムに入射する時の入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 とし、光が三角プリズム内から空気中に出て行く時の入射角を θ_3 、屈折角を θ_4 とする。さらに、空気中から三角プリズムに入射した入射光と三角プリズムから空気中に出た透過光との間のなす角を δ とする。頂角 α と入射角 θ_1 が十分に小さい場合、以下の設問に答えよ。空気の屈折率を1とする。また、角度 ϕ が十分に小さい場合、 $\sin \phi \simeq \phi$ 、 $\cos \phi \simeq 1$ 、 $\tan \phi \simeq \phi$ の近似式を用いてよい。ただし、角度の単位はすべてラジアンとする。

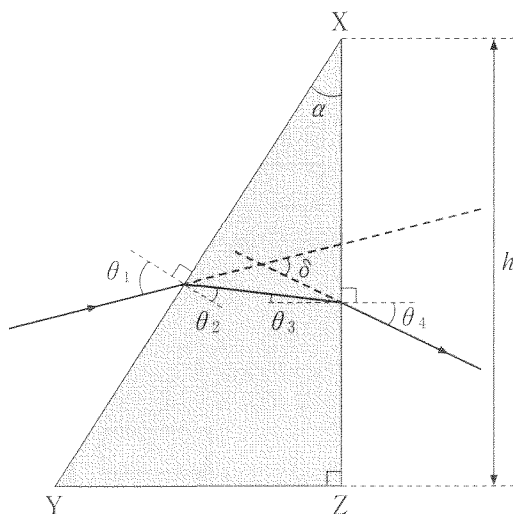


図1

設問(1): n_1 , θ_3 , θ_4 との間に成り立つ関係式を書け。

設問(2): α を θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 の中から必要なものを用いて表せ。

設問(3): δ を n_1 と α を用いて表せ。

図2のように、頂角が α 、高さが h の直角三角形を底面とする三角プリズム(屈折率を n_1 とする)のXZ面から距離 b 離れた所に光源 S_0 を置く。光源 S_0 は、 b や h に比べて十分に短い波長 λ の単色光を発する。三角プリズムの頂角 α が十分に小さく、 h が b よりも十分に短いとき、光源 S_0 から発せられた光が三角プリズム内で屈折して再び空気中に出る光の経路は、光源 S_0 から上方に d だけ離れた仮想的な光源 S_1 から発せられた三角プリズムを通らない光の経路と同じとみなすことができる。以下の設問に答えよ。

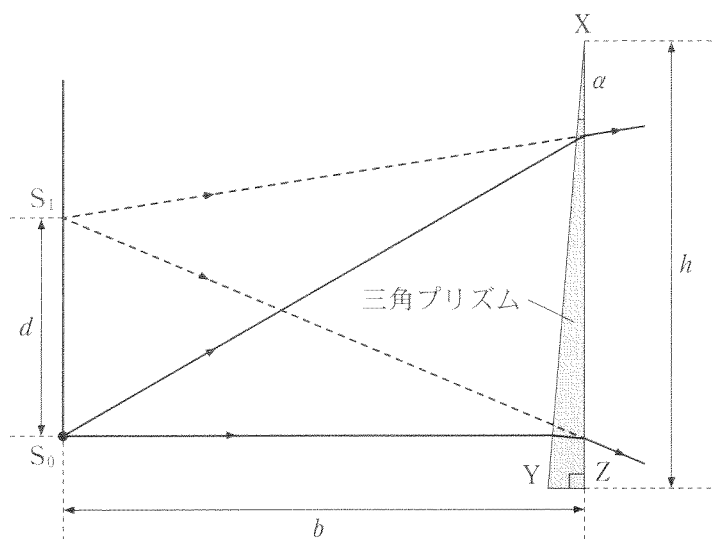


図2

設問(4) : S_0 と S_1 の間の距離 d を b , n_1 , α を用いて表せ。

次に、図3に示すように、光源 S_0 から距離 L だけ離れた所にスクリーンを置いた。光源 S_0 からスクリーン面に引いた垂線とスクリーン面が交わる点 O を原点として、スクリーンに沿って図3の上向きを x 軸にとる。図2で用いた三角プリズムと同じ2つの三角プリズム(三角プリズム1, 三角プリズム2)のYZ面同士を接合し、底角が α 、底辺が $2h$ の二等辺三角形を底面とする複プリズムを作った。2つの三角プリズムのYZ面上を線分 S_0O が通り、三角プリズムのXZ面とスクリーンが平行となるようにこの複プリズムを置いた。光源 S_0 と三角プリズムのXZ面との間の距離を b とする。光源 S_0 から波長 λ の光を複プリズムに当てると、 $x = 0$ を中心に分布する干渉縞を観測することができた。このとき、干渉縞の隣り合う明線の間隔は Δx_1 であった。 L は b に比べて十分長く、 b は h に比べて十分に長い。また、 λ は L 、 b 、 h に比べて十分に短い。以下の設問に答えよ。

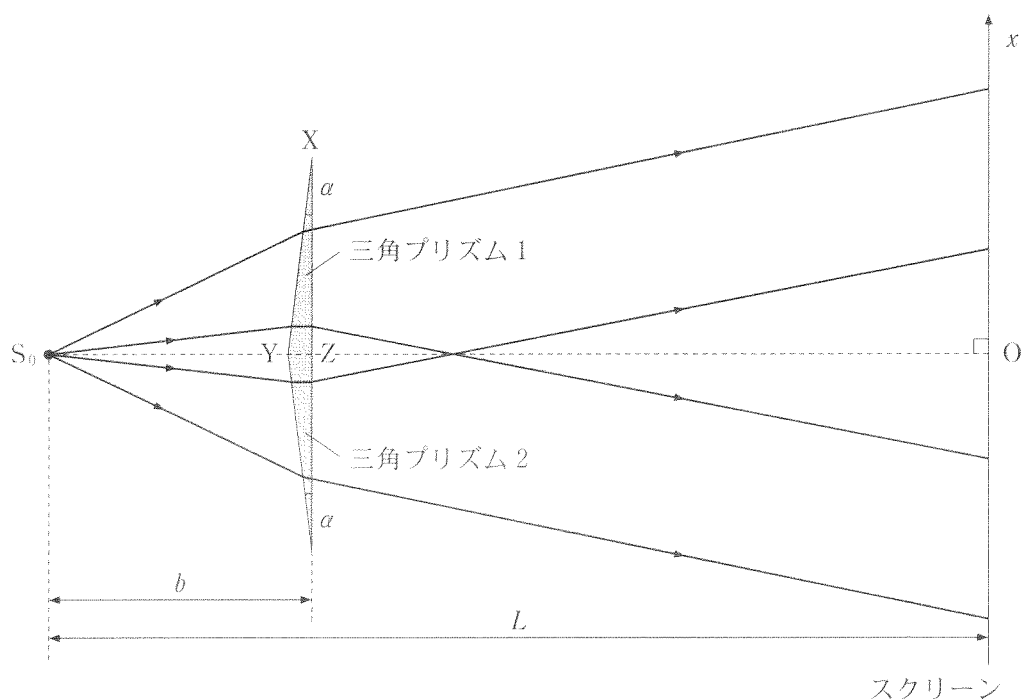


図3

設問(5)：光の波長 λ を b 、 L 、 Δx_1 、 n_1 、 α を用いて表せ。

最後に、三角プリズム 2 を同じ形状で屈折率が n_2 ($n_2 > 1$) の三角プリズム 3 と交換し、これまでと同じ実験を行った。このとき、三角プリズム 1 と三角プリズム 2 を使って行った実験のときに点 O にあった干渉縞の明線は、 x 軸上の点 P に移動し、隣り合う明線の間隔は Δx_2 に変化した。設問(4)と設問(5)の結果を用いて、以下の設問に答えよ。

設問(6)：点 P の位置 x_P を b , n_1 , n_2 , a を用いて表せ。

設問(7)：三角プリズム 3 の屈折率 n_2 を Δx_1 , Δx_2 , n_1 を用いて表せ。

草 稿 用 紙

(切りはなしてはならない)