

平成 29 年度 入学試験問題

理 科

Ⅰ 物 理・Ⅱ 化 学・Ⅲ 生 物・Ⅳ 地 学

2 月 25 日 (土) (情—自然) 13 : 45—15 : 00

(情—コン・理・
医・工・農) 13 : 45—16 : 15

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子と答案冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子のページ数は、65 ページである。
3. 問題冊子とは別に、答案冊子中の答案紙が理学部志望者と情報学部自然情報学科とコンピュータ科学科志望者には 20 枚(物理 3 枚、化学 5 枚、生物 4 枚、地学 8 枚)、医学部志望者と農学部志望者には 12 枚(物理 3 枚、化学 5 枚、生物 4 枚)、工学部志望者には 8 枚(物理 3 枚、化学 5 枚)ある。
4. 落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつたら、ただちに申し出よ。
5. 情報学部自然情報学科志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 1 科目を選択して解答せよ。
情報学部コンピュータ科学科志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 2 科目を選択して解答せよ。ただし、物理を必ず含むこと。
理学部志望者は、物理、化学、生物、地学のうち 2 科目を選択して解答せよ。ただし、物理、化学のいずれかを必ず含むこと。
医学部志望者と農学部志望者は、物理、化学、生物のうち 2 科目を選択して解答せよ。
工学部志望者は、物理と化学の 2 科目を解答せよ。
6. 解答にかかる前に、答案冊子左端の折り目をていねいに切り離し、自分が選択する科目の答案紙の、それぞれの所定の 2 箇所を受験番号を記入せよ。選択しない科目の答案紙には、大きく斜線を引け。
7. 解答は答案紙の所定の欄に記入せよ。所定の欄以外に書いた解答は無効である。
8. 答案紙の右寄りに引かれた縦線より右の部分には、受験番号のほかは記入してはいけない。
9. 問題冊子の余白は草稿用として使用してもよい。
10. 試験終了後退室の許可があるまでは、退室してはいけない。
11. 答案冊子および答案紙は持ち帰ってはいけない。問題冊子は持ち帰ってもよい。

I

物 理

問題は次のページから書かれていて，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの3題ある。3題すべてに解答せよ。

解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には，答にいたるまでの過程の要点（法則，関係式，論理，計算など）を書け。文字や記号は，まぎらわしくないようはつきり記せ。

物理 問題 I

図1に示すように、滑らかで水平な床の上に質量が M 、底角が θ の三角台 ($\angle PQR = \angle PRQ = \theta$, $\overline{PQ} = \overline{PR} = L$) が、ストッパーで床に固定されている。三角台の頂点Pには大きさと重さの無視できる滑車を取り付けられており、長さが L 、重さが無視でき、かつ伸び縮みしない糸がかけられている。糸の両端には物体A(質量 m)と物体B(質量 $2m$)がつけられている。ただし、物体Aと物体Bの大きさは三角台に比べて無視できる。また三角台と床の間、三角台の斜面と物体A、物体Bの間には摩擦がないものとする。

最初、物体Aと物体Bを図1に示すように斜面の下端と上端にそれぞれ置き、静かに手を離したところ、物体Bは斜面に沿って滑り落ち始めると同時に、物体Aは斜面に沿ってのぼり始めた。糸の張力の大きさを T 、床から観測した物体Aの加速度の大きさを a 、重力加速度の大きさを g とし、空気による抵抗はないものとする。以下の設問に答えよ。

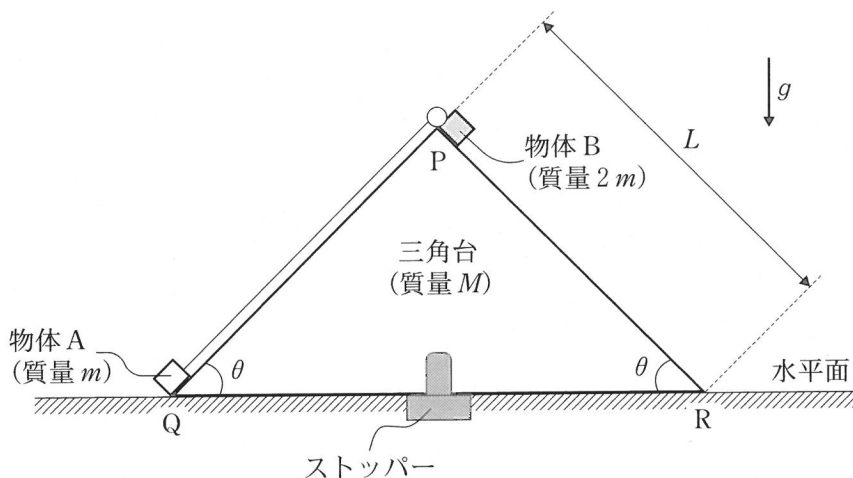


図1

設問(1)：以下の文章が正しい記述になるように に入る数式を g , m , T , θ のすべてを用いて表せ。

床から観測した物体 A の運動方程式は,

$$ma = \text{ (あ) } \dots\dots\text{①}$$

となる。また同様に物体 B の運動方程式は,

$$2ma = \text{ (い) } \dots\dots\text{②}$$

となる。

設問(2)：設問(1)の運動方程式から、床から観測した物体 A の加速度の大きさ a と糸の張力の大きさ T を g , m , θ から必要なものを用いて表せ。

設問(3)：物体 B が床に到達する瞬間の、床から観測した物体 B の速度の大きさ v を g , m , L , θ から必要なものを用いて表せ。

次に、物体 A と物体 B を斜面の下端と上端にそれぞれ戻し、手で支えた。その後、図 2 に示すようにストッパーを取り除き、物体 A と物体 B を支えていた手を同時に離れたところ、物体 B は斜面に沿って滑り落ち始めるとともに、物体 A は斜面に沿ってのぼり始め、さらに三角台は水平面に沿って左の方向に動き始めた。糸の張力の大きさを T_1 、物体 A が三角台から受ける垂直抗力を N_A 、物体 B が三角台から受ける垂直抗力を N_B 、床から観測した三角台の加速度の大きさを α 、三角台から観測した物体 A の加速度の大きさを β とする。以下の設問に答えよ。

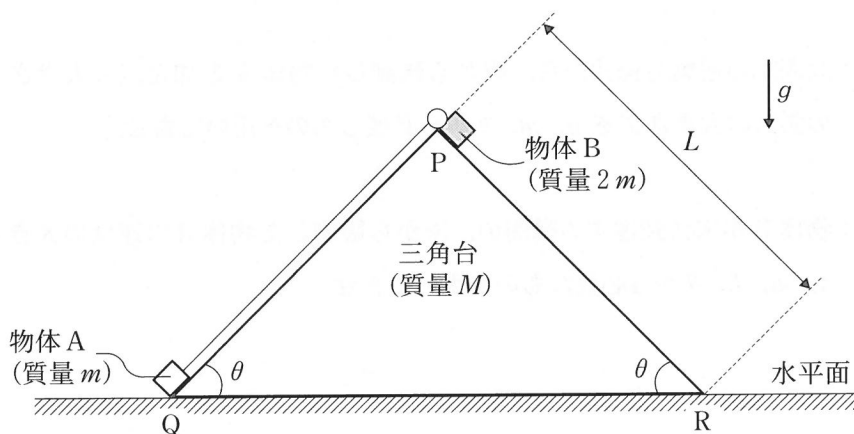


図 2

設問(4)：以下の文章が正しい記述になるように に入る数式を答えよ。ただし、 (う) は $g, M, T_1, N_A, N_B, \theta$ の中から必要なものを、 (え) ~ (き) は g, m, α, θ の中から必要なものを用いて表せ。また、 (あ') と (い') には設問(1)の (あ) と (い) の T を T_1 に置き換えた数式が入る。

床から観測した三角台の運動方程式は、

$$M\alpha = \text{ (う) } \dots\dots ③$$

となる。一方、三角台から観測した物体 A の斜面方向の運動方程式は、

$$m\beta = \text{ (あ') } + \text{ (え) } \dots\dots ④$$

となる。また、物体 A に働いている力の斜面に垂直な方向のつり合いから、

$$N_A = \boxed{\text{(お)}} \dots\dots ⑤$$

が得られる。同様に、物体 B の斜面方向の運動方程式は、

$$2 m \beta = \boxed{\text{(い')}} + \boxed{\text{(か)}} \dots\dots ⑥$$

となる。また、物体 B に働いている力の斜面に垂直な方向のつり合いから、

$$N_B = \boxed{\text{(き)}} \dots\dots ⑦$$

が得られる。

設問(5)：三角台が床から受ける垂直抗力を g , M , T_1 , N_A , N_B , θ を用いて表せ。

設問(6)：床から観測した三角台の加速度の大きさ a を g , m , M , θ を用いて表せ。

設問(7)：物体 B が床に到達する瞬間の、床から観測した物体 B の速度の水平方向の大きさを v_x とする。以下の文章が正しい記述になるように $\boxed{}$ に入る数式を答えよ。ただし、 $\boxed{\text{(く)}}$ と $\boxed{\text{(け)}}$ は m , v_x , M の中から必要なものを、 $\boxed{\text{(さ)}}$ は m , M を、 $\boxed{\text{(こ)}}$ と $\boxed{\text{(し)}}$ は θ のみを用いて表せ。

物体 B が床に到達する瞬間の、床から観測した三角台の速度の大きさ V は $\boxed{\text{(く)}}$ である。一方、物体 B が床に到達する瞬間の、水平面に平行右向きを正としたとき三角台から観測した物体 B の速度の水平成分は $\boxed{\text{(け)}}$ であり、三角台から観測した物体 B の速度の大きさは $\boxed{\text{(け)}} \times \boxed{\text{(こ)}}$ となる。このことから、床から観測した三角台の加速度の大きさ a と、三角台から観測した物体 A の加速度の大きさ β との比 $\frac{a}{\beta}$ は $\boxed{\text{(さ)}} \times \boxed{\text{(し)}}$ である。

物理 問題Ⅱ

図1に示すように、幅が1[m]、長さが L [m]の長方形の極板2枚を間隔 d [m]だけ離して平行に設置したコンデンサー1と、幅が1[m]、長さが L [m]の長方形の極板2枚を間隔 $\frac{d}{2}$ [m]だけ離して平行に設置したコンデンサー2が、電圧 E [V]の直流電源、抵抗1、スイッチ1につながれている。コンデンサー1に、幅が1[m]、長さが L [m]、厚さが $\frac{3d}{4}$ [m]の直方体の導体を、図2に示すように、両端をそろえて挿入した。図1のように、導体をコンデンサー1の中央にコンデンサー1と平行に挿入したとき、コンデンサー1の長さ方向の左端と導体の長さ方向の右端の距離を x [m]とし、 x の範囲を $0 \leq x \leq L$ とする。

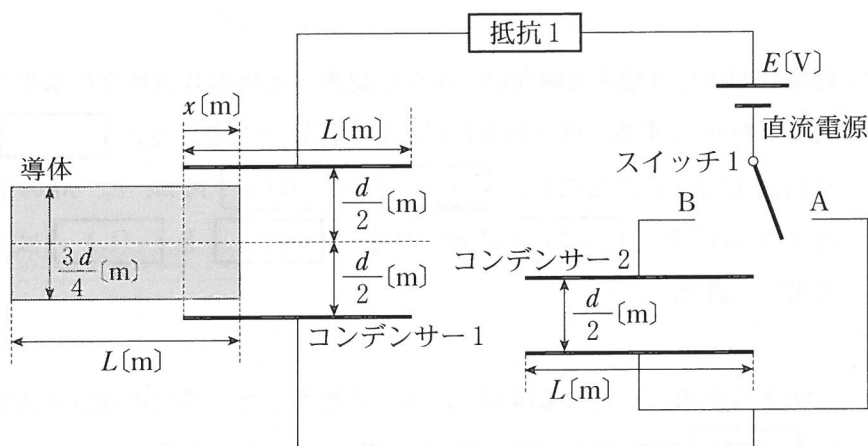


図1

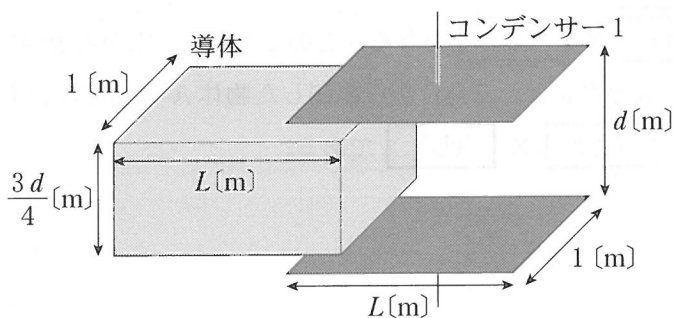


図2

導線の抵抗および直流電源の内部抵抗は無視できるものとする。抵抗以外でのエネルギーの消費は考えなくてよい。ここで、コンデンサー 1 とコンデンサー 2 の極板間はいずれも真空とみなせるとする。また、コンデンサー 1 とコンデンサー 2 における 2 枚の極板の間隔は常に一定とする。コンデンサー内部の電気力線の向きは極板に垂直であるものとし、極板の端での電場(電界)の乱れは無視できるとする。導体は帯電しておらず、外部との電荷のやりとりはないものとする。最初、コンデンサー 1 とコンデンサー 2 に電荷は蓄えられていない。

導体がコンデンサー 1 に挿入されていないとき($x = 0$ [m])のコンデンサー 1 の電気容量を C [F] として、以下の設問に答えよ。

設問(1): まず、スイッチ 1 を端子 A につなぎ、その状態を保持しつつ、導体に外力を加えて、導体をコンデンサー 1 に $x = \frac{L}{4}$ [m] まで挿入した後に、十分に長い時間が経過した。このとき、以下の文章中の (ア) ~ (ウ) を C と E を用いて表せ。

コンデンサー 1 の電気容量は (ア) [F]、コンデンサー 1 の正極板に蓄えられている電気量は (イ) [C]、コンデンサー 1 に蓄えられている静電エネルギーは (ウ) [J] である。

設問(2): 続いて、導体がコンデンサー 1 に $x = \frac{L}{4}$ [m] まで挿入されている状態を保持しつつ、スイッチ 1 を端子 A から端子 B につなぎかえて十分に長い時間が経過した。このとき、以下の文章中の (エ) と (オ) を C と E を用いて表せ。

コンデンサー 1 の正極板に蓄えられている電気量は (エ) [C]、コンデンサー 1 に蓄えられている静電エネルギーは (オ) [J] である。

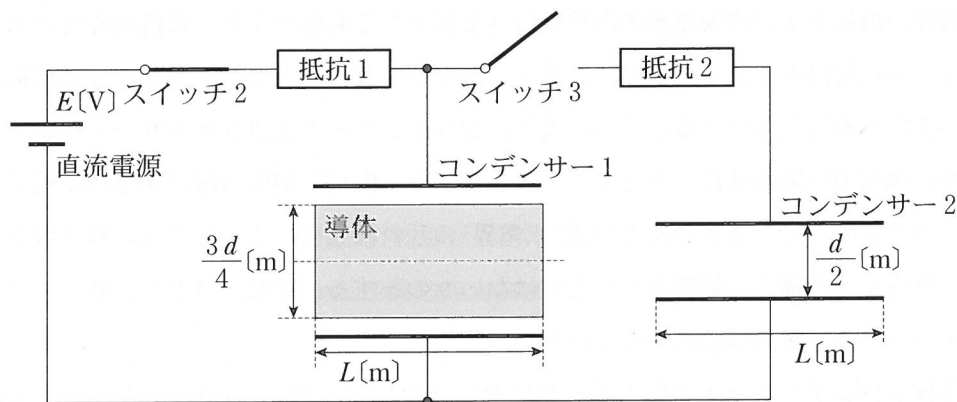


図 3

次に、図 1 と同じコンデンサー 1 とコンデンサー 2 を、電圧 $E[V]$ の直流電源、抵抗 1、抵抗 2、スイッチ 2、スイッチ 3 と、図 3 に示すようにつなぎなおした。導体はコンデンサー 1 に完全に挿入されており ($x = L[m]$)、スイッチ 3 を開いたままスイッチ 2 のみを閉じてコンデンサー 1 が完全に充電されている。また、コンデンサー 2 に電荷は蓄えられていない。

まず、スイッチ 2 を開き、続いて導体に外力を加えて、導体をコンデンサー 1 から完全に引き抜いた ($x = 0 [m]$)。以下の設問に答えよ。

設問(3)：コンデンサー 1 の極板間の電位差を求めよ。

次に、導体がコンデンサー 1 から完全に引き抜かれている状態 ($x = 0 [m]$) を保持しつつ、スイッチ 3 を閉じて十分に長い時間が経過した。以下の設問に答えよ。

設問(4)：コンデンサー 1 の極板間の電位差を求めよ。

次に、図 4 のように、スイッチ 2 とスイッチ 3 のいずれも開いた状態で、導体がコンデンサー 1 と平行に、 $x = a[m]$ ($0 < a < L$) までコンデンサー 1 に挿入されている場合を考える。ただし、コンデンサー 1 とコンデンサー 2 には電荷は蓄えられていないとする。また点 P と点 Q は図 4 に示すようにコンデンサー 1 の 2 つの極板の間にあり、点 P は導体表面のある位置に、点 Q は導体が挿入されていない部分のある位置にあるとする。点 P と点 Q の 2 点は、いずれもコンデンサー 1 の正極板から負極板に向かって $\frac{7d}{8}[m]$ 離れた位置にある。以下の設問に答えよ。

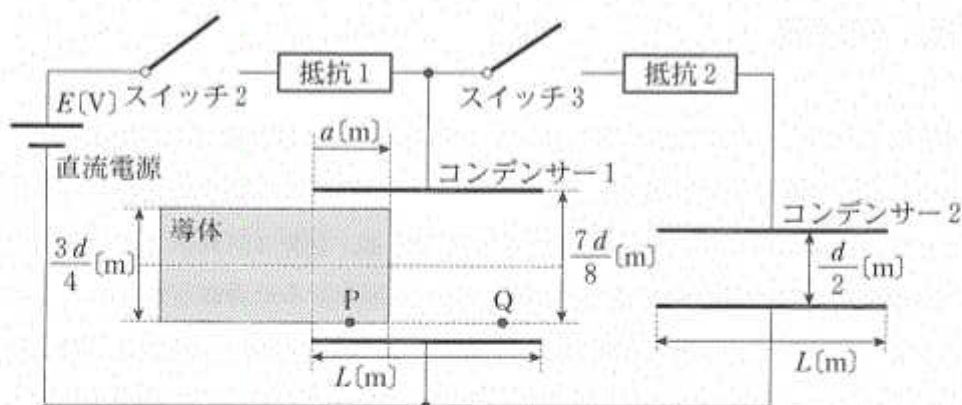


図 4

設問(5)：以下の文章中の (カ) ～ (ケ) と (コ) ～ (ス) を L , a , C , E の中から適切な記号を用いて表せ。また, (ケ) は適切な選択肢のアルファベットを記入せよ。

スイッチ 2 を閉じてコンデンサー 1 を完全に充電した。このとき、直流電源は (カ) [J] の仕事をした。

続いて、導体がコンデンサー 1 に $x = a$ [m] まで挿入されている状態を保持しつつ、スイッチ 3 を閉じて十分に長い時間が経過した。このとき、抵抗 1 と抵抗 2 において合計 (キ) [J] のジュール熱が発生した。

ここで、点 P と点 Q の位置の電位を比較すると、点 P の位置の方が点 Q の位置よりも電位が (ク) [V] だけ (ケ)(a) 高い、(b) 低い。

次に、スイッチ 2 とスイッチ 3 をいずれも開いた。その後、導体に外力を加えて、導体をコンデンサー 1 から完全に引き抜くと ($x = 0$ [m])、コンデンサー 1 の極板間の電位差は (コ) [V] になった。

その後、導体がコンデンサー 1 から完全に引き抜かれている状態 ($x = 0$ [m]) を保持しつつ、スイッチ 3 を閉じて十分に長い時間が経過した。このとき、コンデンサー 1 に蓄えられている電気量は (サ) [C]、コンデンサー 2 に蓄えられている電気量は (シ) [C] となり、抵抗 2 でジュール熱が発生した。抵抗 2 で発生したジュール熱が、(セ) [J] と等しくなるとき、 a は (ス) [m] である。

物理 問題Ⅲ

周波数 f の音波を出す音源 S がある。この音源の大きさは音波の波長に比べて十分小さく、音源 S から出た音波は音源を中心とした球面波とみなすことができる。音波は空気の疎密の振動が伝わって進行する波である。音源 S が静止している場合、空気の密度が極大となる点を連ねた面は、図 1 に示すように音源 S を中心とした球面の集まりとなる。各球面は音波の波面を表し、隣接する球面で表される波面の位相は 2π だけ異なる。図 1 の点 P と音源 S の距離は音波の波長に比べて十分大きいとする。以下では、音速を V とし、風の影響を無視する。また、図 1 に示すように、空気の密度が極大となる波面に外側から内側に向かって 1, 2, $\dots$ 等と番号を付け、「波面 1」, 「波面 2」, $\dots$ 等と呼ぶ。

まず、音源 S が静止している場合を考える。以下の設問に答えよ。

設問(1)：以下の (ア) および (イ) に入る数式を、 f , n , V の中から必要なものを用いて表せ。

波面 n と波面 $n+1$ の間隔は (ア) である。波面 n が点 P に到達してから波面 $n+1$ が点 P に到達するまでの時間は (イ) である。

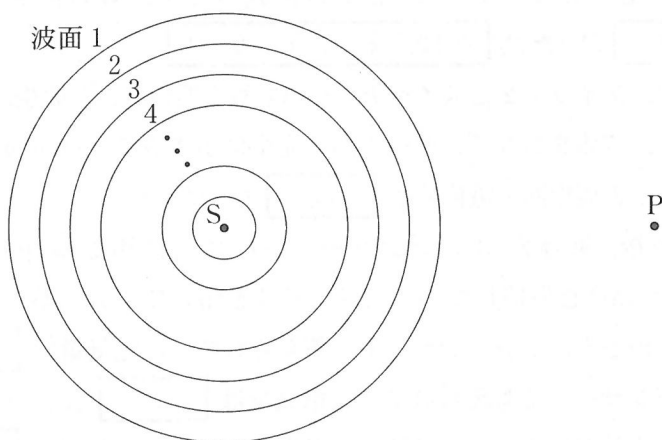


図 1

以下では、音源 S と点 P を通る直線 L に沿って音源 S が一定の速さ v_s で動く場合を考える。音源が移動する場合、音源 S から出た音波の波面は図 2 に示すように中心が進行方向にずれた球面の集まりとなる。

まず、音源の速さ v_s が音速 V より小さい場合について考える。以下の設問に答えよ。

設問(2)：以下の および に入る数式を、 f , n , V , v_s の中から必要なものを用いて表せ。

波面 n の中心と波面 $n + 1$ の中心の間の距離は である。波面の間隔は、音源 S と点 P を結ぶ線分上で最小となり、その間隔は である。

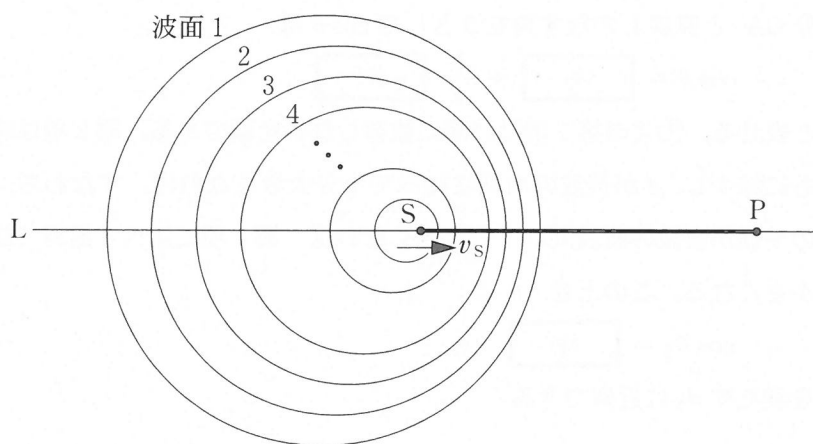


図 2

次に音源 S の速さ v_s が音速 V より速い場合を考える。 v_s が V より大きいとき、番号の異なる波面が重なり合う。図 3 は、音源 S が直線 L 上の点 O を通過してから t 秒後における音波の波面を表す。波面 1 の中心は点 O である。図 3 に示すように直線 L 上に x 軸をとり、音源 S の進行方向を x 軸の正の向きとする。また、 x 軸と垂直な方向に y 軸をとり、図の上向きを y 軸の正の向きとする。 x 座標および y 座標の原点が点 O である。以下では xy 平面上でのみ考える。以下の設問に答えよ。

設問(3)：以下の (オ) および (カ) に入る数式を、 f , t , V , v_s の中から必要なものを用いて表せ。また、(キ) および (ク) に入る数式を、 f , V , v_s の中から必要なものを用いて表せ。

波面 1 と波面 2 が重なり合う位置として、図 3 に示す点 A_1 を考える。波面 1 の半径は (オ) であり、波面 2 の半径は (カ) であるから、線分 OA_1 と直線 L のなす角を θ として $\cos \theta$ は、

$$\cos \theta = \text{(キ)} + \frac{1}{t} \text{(ク)} \quad \cdots \cdots \text{①}$$

と表せる。①式の第 1 項は時間に依存しない定数である。第 2 項は時間とともに減少し、 t が音波の周期に比べて十分大きくなれば、すなわち、波面 1 の半径が音波の波長より十分大きくなれば、第 1 項に比べて無視できるほど小さくなる。このとき、 θ は

$$\cos \theta_s = \text{(キ)} \quad \cdots \cdots \text{②}$$

を満たす θ_s に近似できる。

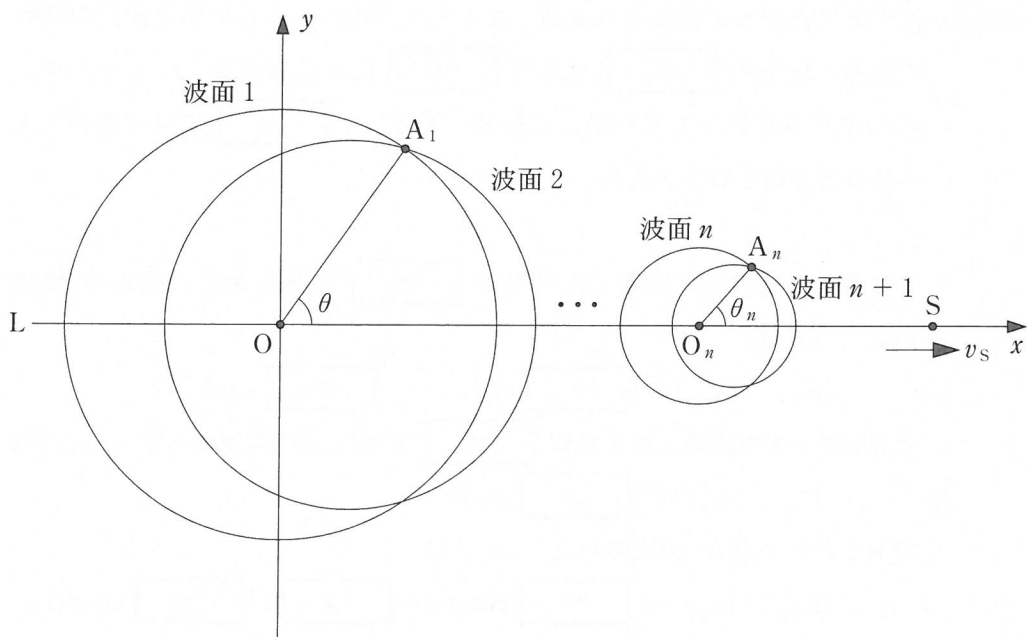


図 3

点 A_1 と同様の強め合いは、波面 n と波面 $n + 1$ が重なる点 A_n でも生じる。波面 n の中心を O_n とし、線分 $O_n A_n$ と直線 L のなす角を θ_n とすると、波面 n の半径が音波の波長に比べて十分大きいとき、 θ_n は θ_s に近似できる。以下の設問に答えよ。

設問(4)：波面 n は音源 S が原点 O を通過してから t_n 秒後 ($t_n < t$) に出た音波の波面である。以下の (ケ) および (コ) に入る数式を、 f , t , t_n , V , v_s の中から必要なものを用いて表せ。ただし、(オ) には設問(3)で入れた数式と同じものが入る。

時刻 t において、波面 1 の半径は (オ) であるから、点 A_1 の座標 (x_{A_1}, y_{A_1}) は

$$(x_{A_1}, y_{A_1}) = (\text{(オ) } \cos \theta_s, \text{(オ) } \sin \theta_s)$$

と表せる。また波面 n の半径は (ケ) であり、 O_n の座標 (x_{O_n}, y_{O_n}) は

$$(x_{O_n}, y_{O_n}) = (\text{(コ) }, 0)$$

であるから、点 A_n の座標 (x_{A_n}, y_{A_n}) は

$$(x_{A_n}, y_{A_n}) = (\text{(ケ) } \cos \theta_s + \text{(コ) }, \text{(ケ) } \sin \theta_s)$$

と表せる。

設問(5)：以下の (サ) ~ (ス) に入る数式を、 V , θ_s の中から必要なものを用いて表せ。

点 A_1 と点 A_n を通る直線の傾きは、②式の近似を用いると (サ) となり、波面の番号 n によらない。すなわち、強め合いの干渉が生じる点 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ はすべて一つの直線上に並ぶ。この直線の方程式は、

$$y = \text{(サ)} x + \text{(シ)} t \quad \dots\dots ③$$

と表せる。

強め合いの干渉が生じる点を連ねた面を波面とする波は衝撃波と呼ばれる。③式から衝撃波の波面と y 軸との交点は、速さ (シ) で移動することがわかる。したがって、衝撃波の進む速さは (ス) と表すことができる。