平成31年度　入学試験問題

理　　科

Ⅰ 物　理・Ⅱ 化　学・Ⅲ 生　物・Ⅳ 地　学

2月25日(月)(情一自然)　　13：45—15：00

(情一コン・理・医・工・農)　　13：45—16：15

注意事項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子と答案冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子のページ数は，67ページである。
3. 問題冊子とは別に，答案冊子中の答案紙が理学部志望者と情報学部自然情報学科とコンピュータ科学科志望者には20枚(物理3枚，化学5枚，生物4枚，地学8枚)，医学部志望者と農学部志望者には12枚(物理3枚，化学5枚，生物4枚)，工学部志望者には8枚(物理3枚，化学5枚)ある。
4. 落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあったら，ただちに申し出よ。
5. 情報学部自然情報学科志望者は，物理，化学，生物，地学のうち1科目を選択して解答せよ。

   情報学部コンピュータ科学科志望者は，物理，化学，生物，地学のうち2科目を選択して解答せよ。ただし，物理を必ず含むこと。

   理学部志望者は，物理，化学，生物，地学のうち2科目を選択して解答せよ。ただし，物理，化学のいずれかを必ず含むこと。

   医学部志望者と農学部志望者は，物理，化学，生物のうち2科目を選択して解答せよ。

   工学部志望者は，物理と化学の2科目を解答せよ。
6. 解答にかかる前に，答案冊子左端の折り目をていねいに切り離し，自分が選択する科目の答案紙の，それぞれの所定の2箇所に受験番号を記入せよ。選択しない科目の答案紙には，大きく斜線を引け。
7. 解答は答案紙の所定の欄に記入せよ。所定の欄以外に書いた解答は無効である。
8. 答案紙の右寄りに引かれた縦線より右の部分には，受験番号のほかは記入してはいけない。
9. 問題冊子の余白は草稿用として使用してもよい。
10. 試験終了後退室の許可があるまでは，退室してはいけない。
11. 答案冊子および答案紙は持ち帰ってはいけない。問題冊子は持ち帰ってもよい。

◇M2(805—18)

I 物理

問題は次のページから書かれていて，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの３題ある。３題すべてに解答せよ。

解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には，答えにいたるまでの過程について，法則，関係式，論理，計算，図などの中から適宜選んで簡潔に書け。文字や記号は，まぎらわしくないようはっきり記せ。

物理　問題Ⅰ

図1のように，質量Mの板Aが水平な床の上に置かれ，板Aの上面中央には，ばね(自然長L，ばね定数k)が常に鉛直を保つように取りつけられている。今，図2のように，ばねの上端に質量mのおもりBを取りつけ，つり合いの位置で静止させた。このとき，ばねの自然長からの縮みはx_0($x_0 < L$)であった。板Aの厚さ，おもりBの大きさ，ばねの質量，および空気抵抗は無視できる。また，板AおよびおもりBの運動は常に鉛直方向に限られる。重力加速度の大きさをgとして，以下の設問に答えよ。

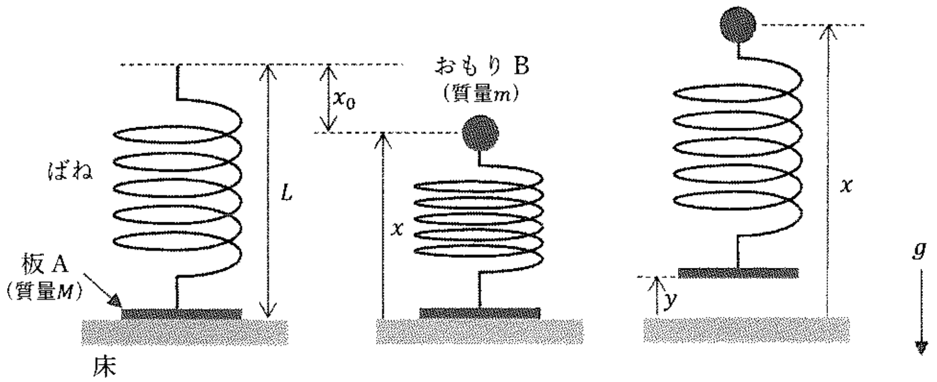


図1　　図2　　図3

設問(1)：x_0 を m，g，k を用いて表せ。

おもりBをつり合いの位置から鉛直下方に $d(0 < d < L - x_0)$ だけ押し下げて固定し，時刻 $t = 0$ でその固定を解除したところ，おもりBは角振動数 $\omega(\omega > 0)$ の単振動を始めた。板Aは床に接したままであった。以下では，おもりBの位置を床表面から測った高さ x で表す。

設問(2)：ω を k，m を用いて表せ。

設問(3)：時刻 $t(t \geqq 0)$ における，おもりBの位置 x で正しいものを以下から選べ。

(あ)　$x = L - x_0 + d \sin \omega t$　　(い)　$x = L - x_0 - d \sin \omega t$

(う)　$x = L - x_0 + d \cos \omega t$　　(え)　$x = L - x_0 - d \cos \omega t$

(お)　$x = L + (d + x_0) \sin \omega t$　　(か)　$x = L - (d + x_0) \sin \omega t$

(き)　$x = L + (d + x_0) \cos \omega t$　　(く)　$x = L - (d + x_0) \cos \omega t$

設問(4)：時刻 t に板Aがばねから受ける力 F を，m，g，k，d，ω，t を用いて表せ。ただし，F は鉛直上向きを正とする。

設問(5)：時刻 t に板Aが床から受ける抗力 N を，m，M，g，k，d，ω，t を用いて表せ。ただし，N は鉛直上向きを正とする。

つぎに，このような実験を d を少しずつ大きくしながらくり返し行った。すると，d がある値 d_0 を超えたところで，図3のように，板Aは水平を保ったまま床から離れる運動をするようになった。

設問(6)：d_0 を m，M，g，k を用いて表せ。

以下では $d > d_0$ の場合を考える。板Aが床をはじめて離れた時刻を t_1，次に床に接した時刻を t_2 とする。

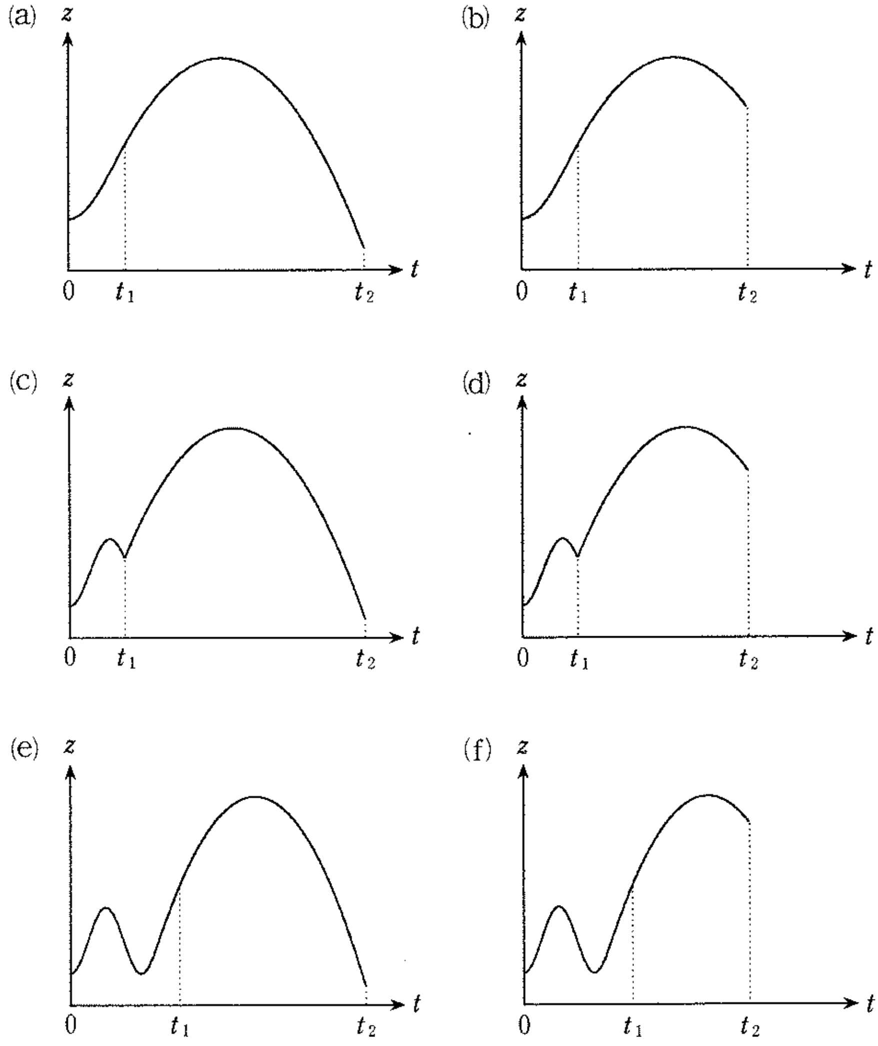
設問(7)：$\cos \omega t_1$ を d，d_0 を用いて表せ。

設問(8)：時刻 t_1 における，おもりBの位置 x_1 を，L，M，g，k を用いて表せ。

設問(9)：時刻 t_1 における，おもりBの速度 v_1 を，ω，d，d_0 を用いて表せ。ただし，v_1 は鉛直上向きを正とする。

床表面から測った板Aの高さを y とする。板AとおもりBの重心の位置を床表面から測った高さ z で表すと，$z=\dfrac{mx+My}{m+M}$ となる。また，板Aの速度を u，おもりBの速度を v とすると，板AとおもりBの重心の速度は $\dfrac{mv+Mu}{m+M}$ で与えられる。

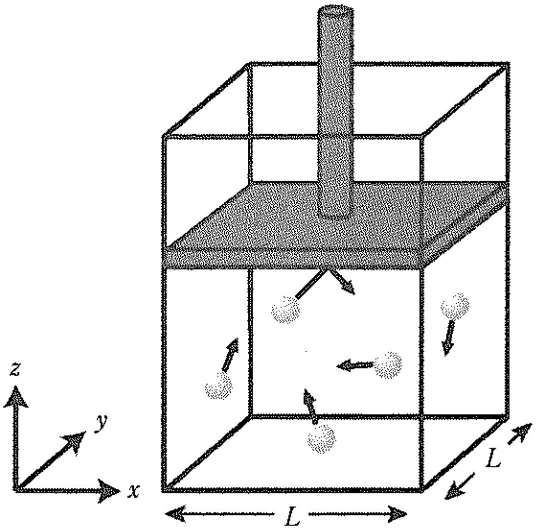
設問⑽：$0 \leqq t \leqq t_2$ における重心の位置 z を表すグラフで最も適切なものを，以下の(a)~(f)の中から選べ。



草 稿 用 紙

（切りはなしてはならない）

物理　問題Ⅱ



図のように，単原子分子からなる物質量 1 mol の理想気体が一辺の長さ L の正方形断面を持つピストン付き容器の中に閉じ込められている。容器とピストンは厚さが無視できる断熱材でできており，ピストンは気密性を保ちながら z 軸方向になめらかに動く。ピストンと気体分子に対する重力の影響は無視できるとする。N_A をアボガドロ定数，k をボルツマン定数とする。

以下の $\boxed{(ア)}$ ～ $\boxed{(カ)}$ ，$\boxed{(ク)}$ ～ $\boxed{(シ)}$ に入る適切な数式を，{　　}の中に与えられた文字を全て用いて答えよ。また，$\boxed{(キ)}$ と $\boxed{(ス)}$ に入る適切な記号を選べ。

設問(1)：はじめ，ピストンは容器の底から高さ L の位置に固定されている。気体の絶対温度を T とすると，容器内の気体の圧力は $p_0 = \boxed{(ア)\{N_A,\ k,\ T,\ L\}}$ と書ける。

設問(2)：ピストンを高さLの位置から$L-\Delta z$ ($\Delta z>0$)の位置までゆっくりと移動させた。ポアソンの法則($pV^{\gamma}=$一定，ここで，Vは気体の体積，γは気体の比熱比)を用いると，ピストンを移動させた後の圧力は$p_1=$ $\boxed{(イ)\{p_0,\ L,\ \Delta z,\ \gamma\}}$ となる。ピストンの移動距離ΔzがLよりも十分に小さいとき，近似式 $\left(1-\dfrac{\Delta z}{L}\right)^{-\gamma}\fallingdotseq 1+\gamma\dfrac{\Delta z}{L}$ と$\gamma=\dfrac{5}{3}$を用いて，$p_1\fallingdotseq$ $\boxed{(ウ)\{p_0,\ L,\ \Delta z\}}$ を得る。

同じ現象を気体分子の運動の観点から捉える。容器の壁やピストンと気体分子の衝突は弾性衝突であるとする。分子同士は衝突せず，壁やピストンと衝突しない間は等速直線運動をする。衝突の前後で壁やピストンに平行な速度成分は変化しないとする。

設問(3)：はじめ，ピストンは容器の底から高さLの位置に固定されている。質量mの単原子分子が容器内を運動しているとし，その速度のz成分の大きさをv_zとする。一度の衝突でピストンが1つの分子から受ける力積は $\boxed{(エ)\{m,\ v_z\}}$ である。時間tの間に1つの分子がピストンに衝突する回数N_cは$N_c=$ $\boxed{(オ)\{v_z,\ t,\ L\}}$ である。1つの分子がピストンに及ぼす平均の力は(エ)$\times$(オ)$\times\dfrac{1}{t}$と書ける。今，容器内にはN_A個の分子が閉じ込められているので，ピストンが気体分子全体から受ける圧力は，分子の速度のz成分の2乗平均を$\overline{v_z^2}$とおくと，$p_a=$ $\boxed{(カ)\{N_A,\ m,\ \overline{v_z^2},\ L\}}$ となる。

ここで，分子のz方向の平均的な速さ$\sqrt{\overline{v_z^2}}$の値を具体的に求める。容器の中に封入されている気体の温度を$T=300\,\mathrm{K}$，分子の質量を$m=1.4\times10^{-25}\,\mathrm{kg}$，ボルツマン定数を$k=1.4\times10^{-23}\,\mathrm{J/K}$とすると，有効数字2桁で$\sqrt{\overline{v_z^2}}\fallingdotseq$ $\boxed{\quad(キ)\quad}$ m/sを得る。

(キ)の選択肢

(a) 0.17　　(b) 1.7　　(c) 17
(d) 170　　(e) 1700　　(f) 17000

設問(4)：次に，v_z に比べれば十分に小さい一定の速さ v_{p} で，ピストンを微小時間 Δt の間に L から $L-\Delta z$ の位置まで移動させる。速さ v_{p} で動いているピストンと1つの分子の衝突を考える。分子の衝突によって v_{p} は変化しない。ピストンと衝突した後の分子の速度の z 成分の大きさ(絶対値)は $\boxed{(ク)\{v_{\mathrm{p}},\ v_z\}}$ となる。ピストンの速さは分子の速さよりも十分に小さいため，$v_z v_{\mathrm{p}}$ に比べて v_{p}^2 を無視できる。この近似を用いると，1回の衝突で分子が得る運動エネルギーは $\Delta\varepsilon \fallingdotseq \boxed{(ケ)\{m,\ v_{\mathrm{p}},\ v_z\}}$ となる。微小時間 Δt の間に1つの分子がピストンに衝突する回数は，(オ) $\times \dfrac{\Delta t}{t}$ であるとすると，Δt の間にピストンから気体全体が得る運動エネルギーは，$\Delta E \fallingdotseq \boxed{(コ)\{N_{\mathrm{A}},\ m,\ \overline{v_z^2},\ \Delta z,\ L\}}$ となる。

一方，ピストンを移動させる前に気体全体が持っていた運動エネルギー E は，$\overline{v^2}=\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2}=3\,\overline{v_z^2}$ が成り立つことを用いれば，$E=\boxed{(サ)\{N_{\mathrm{A}},\ m,\ \overline{v_z^2}\}}$ と書ける。また，ピストンを移動させた後の圧力を p_{b} とすると，この運動エネルギー E とエネルギー増加分 ΔE の和はピストンを移動させた後の気体の内部エネルギー $U=\boxed{(シ)\{p_{\mathrm{b}},\ \Delta z,\ L\}}$ に等しい。ΔE における $\overline{v_z^2}$ はピストンを移動させる前の値を用いることができるとする。ピストンを移動させた後の圧力は，ピストンを移動させる前の圧力 p_{a} を用いて，$p_{\mathrm{b}} \fallingdotseq \boxed{\quad(ス)\quad}$ となる。

さらに，Δz が L よりも十分に小さいときに成り立つ，設問(2)で与えたのと同様な近似式を適用すれば，(ス)は(ウ)と同じ結果となる。

(ス)の選択肢

(a) $-\frac{2}{3}p_{\mathrm{a}}+\frac{4}{3}p_{\mathrm{a}}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}$

(b) $p_{\mathrm{a}}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}+\frac{5}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}$

(c) $p_{\mathrm{a}}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}+\frac{2}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}$

(d) $p_{\mathrm{a}}\left(1-2\frac{\Delta z}{L}\right)^{-1}+\frac{2}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-2}$

(e) $p_{\mathrm{a}}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-2}+\frac{1}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-2}$

(f) $p_{\mathrm{a}}\left(1-2\frac{\Delta z}{L}\right)^{-2}-\frac{1}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-2}$

(g) $p_{\mathrm{a}}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{3}p_{\mathrm{a}}\frac{\Delta z}{L}\left(1-\frac{\Delta z}{L}\right)^{-\frac{2}{3}}$

物理　問題Ⅲ

図１に示される回路を考える。ここで電池の起電力はVであり，内部抵抗は無視できるものとする。またR_1(抵抗値R)，R_3(抵抗値R)は抵抗であり，R_2は可変抵抗である。素子Dは半導体ダイオードを表し，その順方向電圧V_Dと順方向電流I_Dの関係は図２の折れ線として与えられ，I_Dは

$$\begin{cases} V_D \leqq \dfrac{V}{2} \text{ のとき } I_D = 0 \\ V_D > \dfrac{V}{2} \text{ のとき } I_D = \dfrac{2V_D - V}{2R} \end{cases} \quad \cdots ①$$

と表される。各コンデンサーはC_1(電気容量C)，C_2(電気容量$2C$)，C_3(電気容量$2C$)とする。最初，スイッチS_1，S_2，S_3の全てのスイッチが開いており，いずれのコンデンサーにも電荷が蓄えられていないものとする。

設問(1)：スイッチS_1を閉じたとき素子Dに加わる電圧V_Dおよび流れる電流I_DをR，C，Vの中から必要なものを用いて表せ。式①およびキルヒホッフの法則を用いて解くこと。

設問(2)：スイッチS_1を閉じた状態で，可変抵抗R_2の抵抗値をある抵抗値Xより小さくした場合，スイッチS_2を閉じた瞬間に素子Dに流れる電流がゼロになった。このときの抵抗値XをR，C，Vの中から必要なものを用いて表せ。

次に可変抵抗R_2の抵抗値を$2R$とする。スイッチS_1は閉じており，スイッチS_2，S_3が開いた状態にする。素子Dに電流が流れている。設問(3)の(　ア　)～(　キ　)に入るべき適切な数式をR，C，Vの中から必要なものを用いて表せ。

設問(3)：時刻 0 にスイッチ S_2 を閉じた。その後，時刻 t_1 でコンデンサー C_1 に加わる電圧が $\frac{V}{5}$ となった。このとき，コンデンサー C_1 に蓄積された電荷は（　ア　）である。また，時刻 t_1 でのコンデンサー C_2 に加わる電圧は（　イ　）であり，可変抵抗 R_2 に流れる電流は（　ウ　）となる。コンデンサー C_1 と C_2 の合成容量は（　エ　）となる。コンデンサー C_1 と C_2 に蓄積されたエネルギーは（　オ　）である。

時刻 t_1 においてスイッチ S_2 を開き，その後にスイッチ S_3 を閉じ，十分に時間が経った時刻を t_2 とする。時刻 t_2 におけるコンデンサー C_3 に加わる電圧は（　カ　）となる。また時刻 t_1 から時刻 t_2 の間に抵抗 R_3 において消費されたエネルギーは（　キ　）である。

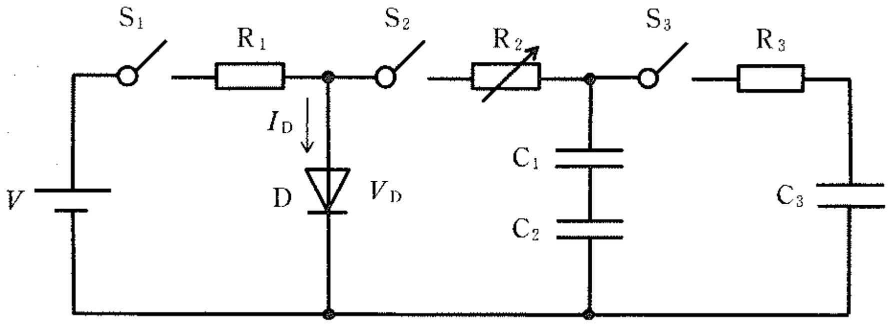


図 1

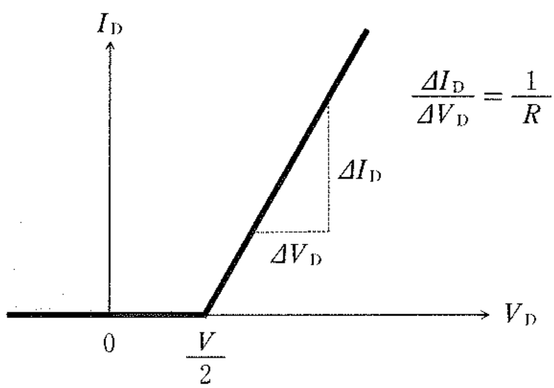


図 2

草　稿　用　紙

（切りはなしてはならない）