平成19年度入学試験問題

数学

数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

医学部

（前期日程）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。
2. 問題は，１，２，３，４および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。
3. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内に書くこと。
4. 受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
5. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

1　実数θ($0<\theta<\pi$)が等式

$$\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=3+2\sqrt{2}$$

を満たすとき，$x>0$ の範囲で関数

$$f(x)=\left(\log_2\frac{x}{2\sin\theta}\right)\left(\log_4\frac{x}{4\sin\theta}\right)$$

が最小となる x の値と，そのときの最小値を求めよ。

◇M4(429—23)

2 座標平面上の3点を$A(1,\ 0)$，$B(0,\ 1)$，$C(-1,\ 0)$とし，$\triangle ABC$の内部の点を$P(a,\ b)$とする。ただし，点Pは$\triangle ABC$の周上にはないものとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) 直線ABに関して，点Pと対称な点Qの座標を求めよ。

(2) 直線BCに関して，点Pと対称な点をRとするとき，2点Q，Rを通る直線ℓの方程式を求めよ。

(3) 原点Oと直線ℓの距離が$\dfrac{4}{5}$より小さくなるような点Pのとりうる範囲を図示せよ。

3 四面体OABCにおいて，$\mathrm{OB} = \mathrm{OC} = 1$，$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{COA} = \dfrac{\pi}{3}$ とする。$\triangle\mathrm{OAC}$ の重心をG，辺ABを $1:2$ に内分する点をP，辺OAの中点をQとし，2直線OP，BQの交点をRとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{BG}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CR}}$ であるとき，OAの長さを求めよ。さらに，CRの長さを求めよ。

4 関数$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$について，次の各問に答えよ。

(1) 極限値$\lim_{x\to\infty} f(x)$と$\lim_{x\to-\infty} f(x)$をそれぞれ求めよ。また，関数$f(x)$の極値を求めよ。

(2) nを自然数とするとき，直線$y=2^{-n}$と曲線$y=f(x)$によって囲まれる部分の面積をS_nとする。このとき，S_nをnを用いて表せ。

(3) (2)のS_nについて，極限値$\lim_{n\to\infty}(S_{n+1}-S_n)$を求めよ。

5 次の各問に答えよ。

(1) $x \geqq 1$ のとき，不等式 $\log x < 2\sqrt{x}$ が成り立つことを示せ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(2) n を自然数とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} (n+1)^{\frac{1}{n}}$ を求めよ。

(3) n を自然数とするとき，

$$\lim_{n \to \infty} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \sin x)^n \, dx \right\}^{\frac{1}{n}} = 3$$

であることを示せ。