平成22年度入学試験問題

数　学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数	選択方法
1	工　学　部 【試験科目　数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B】	1〜 6	5	左の学部のうちから志願している学部(学科，課程等)の問題を選択し，解答しなさい。 なお，**農学部森林緑地環境科学科を志願している人は，出願時に選択した科目(受験票に記載してある科目)により3または4の問題を解答しなさい。**
2	医　学　部 【試験科目　数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B】	7〜12	5	
3	教育文化学部(中学数学) 農　学　部(**森林緑地**・応用生物・海洋生物・畜産草地) 【試験科目　数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B】	13〜18	5	
4	教育文化学部(初等教育・中学(社会・理科・技術・家庭)・特別支援・社会システム) 農　学　部(植物生産・**森林緑地**・獣医) 【試験科目　数Ⅱ・数A・数B】	19〜22	3	

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，指定されたものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，採点の対象とはしないので，十分注意すること。また，解答は解答用紙の指定された解答欄に記入すること。
5. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁及び汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

(数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 座標平面上に原点O(0, 0)と点A(3, 0)がある。自然数nに対して，点$B_n(0,\ n)$をとり，$\triangle AB_nO$の境界を除いた内部に含まれる格子点の個数をa_nとする。ただし，x座標とy座標がともに整数の点を格子点という。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) a_1，a_2，a_3の値を求めよ。

(2) 自然数kに対して，$n = 3k$とする。このとき，$\triangle AB_nO$の境界を除いた内部に含まれる格子点のうち，x座標が1であるものの個数を，kを用いて表せ。

(3) 自然数kに対して，a_{3k}を，kを用いて表せ。

(4) $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$とする。自然数$m$に対して，$S_{3m}$を，$m$を用いて表せ。

2 袋の中に1と書かれた球が n 個，2と書かれた球が2個，3と書かれた球が1個，4と書かれた球が1個，合計 $n+4$ 個入っている。ただし，n は2以上の自然数とする。この袋の中の球をよくかきまぜていくつかの球を取り出すとき，次の各問に答えよ。

(1) 2個の球を取り出すとき，取り出した球の中に，1と書かれた球が少なくとも1個含まれる確率を，n を用いて表せ。

(2) 2個の球を取り出すとき，取り出した球に書かれている数の合計の期待値を，n を用いて表せ。

(3) 3個の球を取り出すとき，取り出した球に書かれている数の合計が6となる確率を，n を用いて表せ。

3 すべての辺の長さが1の四角錐がある。この四角錐の頂点をO，底面を正方形ABCDとし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$ をそれぞれ求めよ。

(3) 点P，O，B，Cが正四面体の頂点となるようなすべての点Pについて，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

4　定積分

$$I_n = \int_1^{\sqrt{e}} (\log x)^n \, dx \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

について，次の各問に答えよ。

(1)　I_1 の値を求めよ。

(2)　等式

$$I_{n+1} = \sqrt{e}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - (n+1)I_n \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つことを示せ。

(3)　すべての自然数 n について，等式

$$I_n = (-1)^{n-1} n! + \sqrt{e} \sum_{m=0}^{n} (-1)^{n-m} \frac{n!}{m!} \left(\frac{1}{2}\right)^m$$

が成り立つことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。ただし，$0! = 1$ とする。

5 座標平面上に2つの円

$$C_1 : (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$C_2 : (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

がある。不等式 $y > 2$ が表す領域 D 内に点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ をとる。点Pから円 C_1, C_2 にひいた接線と x 軸との交点をそれぞれA，Bとする。ただし，下図のように△PABは円 C_1, C_2 をともに含むものとする。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) b を定数とするとき，辺ABの長さが最小となるのは $a = 0$ のときであることを示せ。

(2) 点Pが領域 D 内を動くとき，△PABの面積の最小値を求めよ。