1 箱の中に１から９までの番号が付いた９つの玉が入っている。それらをよく混ぜて箱の中から取り出すことにする。以下の問に答えよ。(配点比率　20％)

(1) 箱の中から４つの玉を続けて取り出し，取り出した順に左から並べて４桁の整数を作るとき，その数が1987より小さくなるのは何通りあるか。ただし，一度取り出した玉は元へ戻さないものとする。

(2) 箱の中から１つずつ順に全部取り出し，取り出した順に新しく１から９までの番号を付けることにする。このとき，新しく付けられる番号が最初に付けられていた番号と一致する玉の個数がちょうど５つになる確率を求めよ。

2 xy 平面上の動点Pがある時刻に点$(1, 0)$を出発し，原点Oを中心とした半径1の円周上を毎秒2度で反時計回りに回転する。また，動点Qが同じ時刻に点$(0, 2)$を出発し，Oを中心とした半径2の円周上を毎秒1度で時計回りに回転する。以下の問に答えよ。（配点比率　20％）

(1)　出発してから t 秒後のP，Qの座標を t を用いて表せ。

(2)　2点P，Q間の距離 ℓ の最小値，およびそのときのP，Qの座標を求めよ。

(3)　△OPQの面積 S の最大値，およびそのときのP，Qの座標を求めよ。

3 どのような自然数 n も，3で割り切れない自然数 k と0以上の整数 a を用いて，$n=3^a k$ と1通りにかける。このとき，$f(n)=a$ と定める。たとえば，$f(1)=0$，$f(2)=0$，$f(3)=1$ である。以下のことを証明せよ。(配点比率　20 %)

(1)　自然数 m，n に対して，$f(mn)=f(m)+f(n)$ が成り立つ。

(2)　2以上の自然数 n に対して，$f(n^3-n)\geqq 1$ が成り立つ。

◆M4(769—19)

4 以下の問に答えよ。(配点比率　20 %)

(1) xy 平面上の 2 つの曲線 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ と $y = 1 - x^2$ のグラフを描き，連立不等式

$$\begin{cases}(y - x^3 + x^2 + x - 1)(y - 1 + x^2) \leqq 0 \\ -1 \leqq x \leqq 1\end{cases}$$

の表す領域を斜線で示せ。

(2) (1)の斜線部の領域を x 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。

5 （選択問題）

xyz 空間において，点A（1，2，1），点B（－1，0，3）を考える。以下の問に答えよ。

（配点比率　20％）

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$（$t$ は実数）によって決まる直線 AB 上の点 P の座標を t を用いて表せ。

(2) x 軸上の点Q(a，0，0)を固定し，点Pを直線 AB 上で動かすとき，2点P, Q 間の距離の最小値を a を用いて表せ。

(3) x 軸上の点と直線 AB 上の点との距離の最小値を求めよ。

6 （選択問題）

α，β は，等式 $3\alpha^2 - 6\alpha\beta + 4\beta^2 = 0$ を満たす 0 でない複素数とする。以下の問に答えよ。

（配点比率　20 %）

(1)　複素数 $\dfrac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表せ。

(2)　複素数平面上で複素数 $0, \alpha, \beta$ を表す点をそれぞれ O，A，B とするとき，$\angle$AOB　および $\angle$OAB を求めよ。