

数 学

教育学部[数学(口)]

工学部

医学部医学科

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は3ページである。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
5. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
6. 解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 問題冊子は持ち帰ること。
8. 各大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部 [数学(口)]

工学部

医学部医学科

1 a, b, θ を実数とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

(1) 次の2つの等式から θ を消去して、 b を a を用いて表せ。

$$\begin{cases} \sin \theta + \cos \theta = a \\ \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = b \end{cases}$$

(2) 次の2つの等式から θ を消去して、 a, b の関係式を求めよ。

$$\begin{cases} \tan \theta + \sin \theta = a \\ \tan \theta - \sin \theta = b \end{cases}$$

2 片面が黒く塗りつぶされた4枚のカードがあり、もう一方の面には、1から4までの整数が1枚につき1つずつ重複なく書かれている。また、各面に1から4までの整数が1つずつ重複なく書かれた正四面体を1つ用意する。

最初に、カードに書かれた数の小さい順にカードを左から並べ、黒い面を上にしておく。次の試行を考える。

正四面体をサイコロのようにふり、底面に書かれている数が n のとき、左から n 枚目のカードを裏返す。

以下の問に答えよ。ただし、正四面体の各面の出方は同様に確からしいとする。(配点比率 20%)

- (1) この試行を4回繰り返したとき、すべてのカードの上面が黒である確率を求めよ。
- (2) この試行を4回繰り返したとき、カードの上面に書かれた数の和の期待値を求めよ。

3 実数 a に対し、関数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}(a^2 + 1)x^2 + 3ax$ とおく。ただし、 $a \neq 0$ とする。以下の間に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) $f(x)$ が極値をもたないような a の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ の極大値が正で、極小値が負となるような a の値の範囲を求めよ。

4 関数 $f(x)$ は、 $f'(x) = \frac{x}{1-x}$ かつ $f(0) = 0$ を満たすものとする。以下の間に答えよ。ここで、対数は自然対数を表すものとする。(配点比率 20%)

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) $x < 1$ における $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) $p < 1$, $q < 1$ とする。 $p \neq q$ のとき、平均値の定理を用いて $\frac{\log(1-p) - \log(1-q)}{p-q}$ と $-\frac{1}{1-p}$ の大小を比較せよ。
- (4) $a < 1$ に対し、 $g(x) = f'(a)(x-a) + f(a)$ とおく。このとき $x < 1$ において、不等式 $g(x) \leq f(x)$ が成り立つことを示せ。

5 2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される1次変換について、以下の問に答えよ。(配点比率20%)

(1) この1次変換が点(1, 1)を点(0, 2)へ、点(-1, 1)を点(-1, 0)へ、それぞれ移すと

き、行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を求めよ。

(2) (1) で求めた行列 A に対して、(1, 2)成分と(2, 1)成分とを交換してできた行列を B とする。このとき、 $H^2 = AB$ を満たす2次の正方行列 H をすべて求めよ。

(3) A を(1) で求めた行列とし、 $U = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする。(2) で求めた行列

H のうちで、 $A = HU$ を満たす U が存在するような H と、そのときの θ の値を求めよ。