平成 22 年度

前期日程

数　　学

教育学部［数学(ロ)］

医学部医学科

工学部

問　題　冊　子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで，解答用紙は 5 枚である。
   落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. **受験番号は，5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。**
4. 問題は，大問 5 題である。
5. **解答は，解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし，やむをえない場合は裏面にまわってよい。)**
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに，満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部［数学（ロ）］

医学部医学科

工学部

$\boxed{1}$ b と d で実数の定数を表す。次の条件（＊）を考える。

（＊）「すべての正の実数 x に対して $\dfrac{x+b}{x^3+1} < \dfrac{x+2b+d}{x^3+2}$ である。」

以下の問に答えよ。（配点比率 20 ％）

(1) $b+d>0$ は，（＊）が成立するための必要条件であることを示せ。

(2) $d>0$ は，（＊）が成立するための必要条件であることを示せ。

(3) d を任意の正の実数とする。（＊）が成立するための必要十分条件として，b が満たすべき範囲を d を用いて表せ。

2 n を 3 以上の整数とする。1 から n までの番号を 1 つずつ重複せずに書いた n 枚のカードが箱に入っている。この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し，取り出したカードの番号を小さい順に a，b，c とする。$b-a=c-b$ が成り立つ確率を p_n とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

(1) p_5 を求めよ。

(2) p_6 を求めよ。

(3) n が奇数のとき，p_n を求めよ。

(4) n が偶数のとき，p_n を求めよ。

$\boxed{3}$ 空間内の四面体OABCについて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とおく。辺OA上の点Dは OD : DA = 1 : 2を満たし，辺OB上の点EはOE : EB = 1 : 1を満たし，辺BC上の点Fは BF : FC = 2 : 1を満たすとする。3点D，E，Fを通る平面をαとする。以下の問に答えよ。

（配点比率 20 %）

(1) αと辺ACが交わる点をGとする。$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$を表せ。

(2) αと直線OCが交わる点をHとする。OC : CHを求めよ。

(3) 四面体OABCをαで2つの立体に分割する。この2つの立体の体積比を求めよ。

4 xy 平面上で曲線 $C : y = \log x$ を考える。p を正の実数とし，C 上の点 $(p,\ \log p)$ における接線を ℓ_p で表す。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) 接線 ℓ_p の方程式を求めよ。

(2) $0 < p < 1$ の範囲で p を変化させたとき，接線 ℓ_p と x 軸，y 軸で囲まれた図形の面積の最大値を求めよ。

(3) $0 < p < 1$ とする。接線 ℓ_p と x 軸，曲線 C で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

$\boxed{5}$ 行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に関する以下の問に答えよ。$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とおく。

(配点比率 20 ％)

(1) $A^2-(a+d)A+(ad-bc)E=O$ を証明せよ。

(2) a，b，c，d が有理数のとき，$A^3=5E$ は成り立たないことを証明せよ。$\sqrt[3]{5}$ は無理数であることを使ってよい。

(3) a，b，c，d が実数のとき，$A^6=-E$ を満たす A の $a+d$ と $ad-bc$ の組 $(a+d,\ ad-bc)$ をすべて求めよ。その各々の組に対し，それを与える A の例を 1 つずつ記せ。