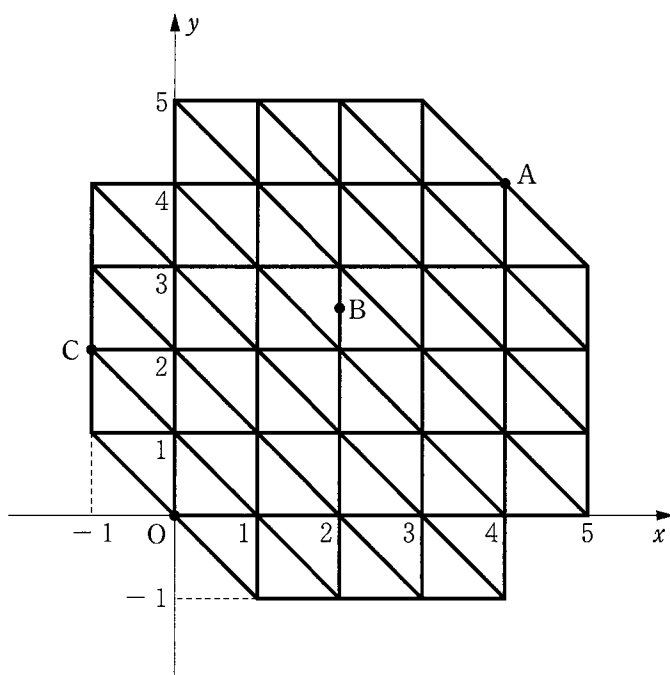


教育学部
医学部医学科
工学部
応用生物科

- 1 下の図のように、 xy 平面上に、 x 軸に平行な道、 y 軸に平行な道、直線 $y = -x$ に平行な道があるものとする。これらの道を通して、原点 O から点 $A(4, 4)$ まで行くとき、以下の各場合に道順の総数を求めよ。(配点比率 20 %)



- (1) 最短経路で行く場合。
- (2) 点 $B(2, 2.5)$ を通らずに、最短経路で行く場合。
- (3) 点 $C(-1, 2)$ を通り、道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。
- (4) 道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。
- (5) $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$ の部分だけを通り、道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。

2 連立不等式 $y \geq |3x - 2|$, $x - 4y + 8 \geq 0$ の表す領域を D とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $x^2 + 2x + y^2$ の最小値と, それを与える点 (x, y) を求めよ。

3 平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 S と S に内接する正三角形 ABC がある。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

(1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OC}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(3) 平面上の任意の点 P に対して、以下の不等式が成り立つことを示せ。

$$AP^2 + BP^2 + CP^2 \geq 3$$

また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

(4) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 + (\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 + (\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 = \frac{3}{2}$$

となることを示せ。

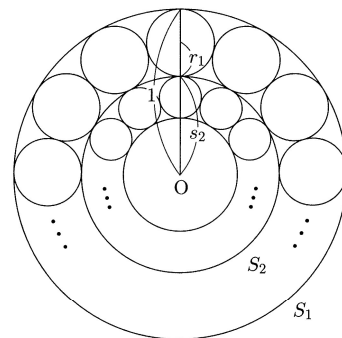
(5) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$AQ^4 + BQ^4 + CQ^4$$

の値を求めよ。

2011 年 第 4 問

4 k, n は自然数で $n \geq 3$ とする．平面上の点 O を中心とする半径 1 の円を S_1 とする．右の図のように，半径 r_1 の n 個の円は隣り合う他の 2 つの円と外接し，かつ S_1 に内接している．さらに，点 O を中心とする円 S_2 は，半径 r_1 のすべての円に外接している．同様に， $k \geq 2$ に対して，半径 r_k の n 個の円は隣り合う他の 2 つの円と外接し，かつ円 S_k に内接している．さらに点 O を中心とする円 S_{k+1} は，半径 r_k のすべての円に外接している． S_2 の半径を s_2 とする．以下の問に答えよ．



- (1) r_1 と s_2 を n を用いて表せ．
- (2) 半径 r_k の 1 つの円の面積を $T_k(n)$ とする． $T_k(n)$ を k と n を用いて表せ．
- (3) $U(n) = n \sum_{k=1}^{\infty} T_k(n)$ とする． $U(n)$ を求めよ．
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} U(n)$ を求めよ．

2011 年 第 5 問

5 a, b, c, d を実数の定数とする. 座標平面上の点 $(2, 1)$ を点 $(5, 2)$ に移す 1 次変換を表す行列を

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

とする. 以下の問に答えよ.

(1) A が逆行列をもつための必要十分条件を a と c を用いて表せ.

(2) 次の式を満たす A を求めよ.

$$A^2 = \begin{pmatrix} \frac{25}{4} & 0 \\ \frac{5}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

(3) n を自然数とする. (2) で求めた A について

$$-\frac{2}{5}A + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 A^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 A^3 + \cdots + \left(-\frac{2}{5}\right)^n A^n$$

を求めよ.