各学部共通

1. a, b, c を定数として，行列 $A=\begin{pmatrix}0 & a & c\\0 & 0 & b\\0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ および $X=E+A$ を考える。ただし，E は3次の単位行列とする。次の問いに答えよ。

(1) A^2 および A^3 を求めよ。

(2) n を自然数とするとき，$X^n=E+nA+\dfrac{n(n-1)}{2}A^2$ が成り立つことを証明せよ。

(3) $\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}^{15}$ を求めよ。

各学部共通

2. 関数$f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$について，次の問いに答えよ。

(1) 導関数$f'(x)$を求めよ。

(2) 関数$y=f(x)$のグラフをえがき，$f(x)$の最大値を求めよ。

(3) $f(\alpha)=f(\beta)$を満たす正の数α，β $(0<\alpha<\beta)$に対して，$\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)\,dx=\log\beta$が成り立つことを示せ。

医学部・歯学部・薬学部志願者用

3. 複素数平面上において，点 A(α)($|\alpha| > 1$)から，原点 O を中心とする半径 1 の円に接線を 2 本引く。これら 2 接線と円との 2 つの接点のうち，一方の接点を B，他方を C とし，直線 BC 上に点 P(z)があるとする。点 B を表す複素数を β とする。次の問いに答えよ。

(1) 線分 OB と線分 AB が直交することより，適当な実数 s によって $\beta = \dfrac{\alpha}{1 - si}$ と表されることを示せ。

(2) $z = \beta + \alpha ti$ （t は実数)と表されることを示せ。

(3) $\bar{\alpha}z + \alpha\bar{z}$ は点 A，P のとり方に関係なく一定であることを示し，その値を求めよ。ただし，$\bar{\alpha}$，$\bar{z}$ はそれぞれ α，z の共役な複素数を表す。

4. 曲線 $y = x^4 - 8x^2 + 2x + 20$ をCとする。直線 l は曲線C上の異なる2点でCに接するものとする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 直線 l 上の点Pから曲線Cに接線を引く。このとき，l と異なる接線が1本だけ引けるような点Pの座標をすべて求めよ。