

(数 学) 数 学 202 その 1

1.  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  とし,  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix}$  とする。

(1)  $P^2$ ,  $P^3$  を求めよ。

(2)  $AX$  は  $AX = \alpha E + \beta P + \gamma P^2$  と表される。 $\alpha, \beta, \gamma$  を  $a, b, c, x, y, z$  を用いて表せ。

(3)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列を求めよ。

小 計	点
-----	---



(数 学) 数 学 202 その 2

2. 関数  $f_n(x)$  を次のように定義する。

$$f_0(x) = 2, \quad f_1(x) = x, \quad f_n(x) = xf_{n-1}(x) - f_{n-2}(x) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

- (1) 定数  $a$  を  $a \neq 0$  として,  $c_n = f_n(a + \frac{1}{a})$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。  $c_1, c_2, c_3$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2) (1) の数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3)  $c_{2n}$  を  $c_n$  を用いて表せ。
- (4)  $f_{12}(3)$  の値を求めよ。



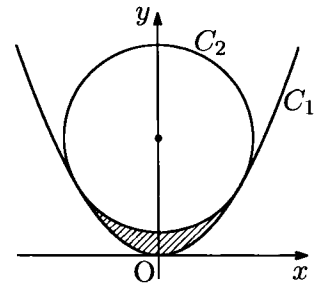
(数 学) 数 学 202 その 3

3. 放物線  $y = x^2$  を  $C_1$  とする。また、 $y$  軸上の点  $(0, a)$  ( $a > 0$ ) を中心とする円を  $C_2$  とし、その半径を  $r$  とする。

(1) 円  $C_2$  の半径  $r$  を 0 から大きくしていくとき、放物線  $C_1$  と初めて共有点を持つときの共有点の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた共有点における  $C_2$  の接線が  $(0, -\frac{3}{4})$  を通るとする。このとき、 $C_2$  の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた円  $C_2$  と放物線  $C_1$  で囲まれた図形(右図の斜線部)の面積を求めよ。



(数 学) 数 学 2 0 2 そ の 4

4. 媒介変数  $t$  で表された曲線  $x = t^2 \cos t$ ,  $y = t^2 \sin t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) を  $C$  とする。
- (1)  $t \neq 0$  のとき,  $C$  と  $y$  軸の交点の座標を求めよ。また, その点における  $\frac{dy}{dx}$  の値を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  の長さを求めよ。

小 計	点
-----	---

合 計	点
-----	---

