

物 理

第1問 長さ L の不透明な細いパイプの中に、質量 m の小球1と質量 $2m$ の小球2が埋め込まれている。パイプは直線状で曲がらず、その口径、及び小球以外の部分の質量は無視できるほど小さい。また小球は質点と見なしてよいとし、重力加速度を g とする。これらの小球の位置を調べるために次の二つの実験を行った。

I まず、図1-1に示したように、パイプの両端A、Bを支点a、bで水平に支え、両方の支点を近づけるような力をゆっくりとかけていったところ、まずbがCの位置まで滑って止まり、その直後に今度はaが滑り出してDの位置で止まった。パイプと支点の間の静止摩擦係数、及び動摩擦係数をそれぞれ μ 、 μ' (ただし $\mu > \mu'$) と記すことにして、以下の間に答えよ。

- (1) bがCで止まる直前に支点a、bにかかっているパイプに垂直な方向の力をそれぞれ N_a 、 N_b とする。このときのパイプに沿った方向の力のつり合いを表す式を書け。
- (2) ACの長さを測定したところ d_1 であった。パイプの重心が左端Aから測って l の位置にあるとすると、重心の周りの力のモーメントのつり合いを考えることにより、 d_1 を l 、 μ 、 μ' を用いて表せ。
- (3) CDの長さを測定したところ d_2 であった。摩擦係数の比 μ'/μ を d_1 、 d_2 で表せ。
- (4) 上記の測定から重心の位置 l を求めることができる。 l を d_1 、 d_2 で表せ。
- (5) さらに両方の支点を近づけるプロセスを続けると、どのような現象が起こり、最終的にどのような状態に行き着くか。理由も含めて簡潔に述べよ。

II 次に、パイプの端Aに小さな穴を開け、図1-2のようにそこを支点として鉛直に立てた状態から静かにはなし、パイプを回転させた。パイプが 180° 回転したときの端Bの速度の大きさを測ったところ、 v であった。端Aから測った小球1、2の位置をそれぞれ l_1 、 l_2 として以下の間に答えよ。(支点での摩擦および空気抵抗は無視できるものとする。)

- (1) v を l_1 、 l_2 、 g 、 L を用いて表せ。

(2) v を実験 I で得られた重心の位置 l の値を用いて表したところ,

$$v = L \sqrt{\frac{8g}{3l}}$$

であった。小球の位置 l_1, l_2 を l で表せ。ただし $l_1 \neq 0, l_2 \neq 0$ とする。

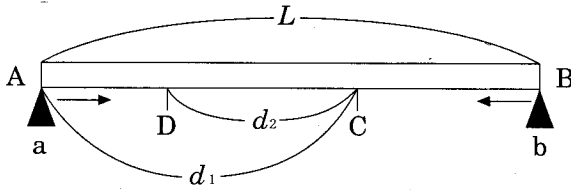


図 1 - 1

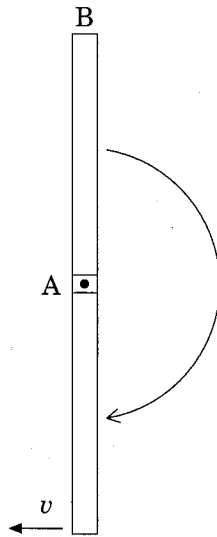


図 1 - 2

第2問 図2—1に示すように、環状の鉄心に巻き数 n_1 のコイル1と巻き数 n_2 のコイル2が巻かれている。これらのコイルの電気抵抗は無視できるほど小さく、コイル1は抵抗 R_1 と任意の電圧 E を発生できる電源に接続され、一方コイル2は抵抗 R_2 とスイッチ S に接続されている。これらのコイルに電流を流したとき、磁束は鉄心内のみ発生し、鉄心外への漏れは無視できるものとする。そのとき鉄心内の磁束 Φ と、コイル1の電流 I_1 およびコイル2の電流 I_2 との間には、以下の式(ア)が成り立つものとする。

$$\Phi = k(n_1 I_1 + n_2 I_2) \quad \text{式(ア)}$$

ここで、磁束 Φ と電流 I_1 および I_2 の向きは図中の矢印の向きを正とし、係数 k は鉄心の形状や透磁率によって決まる定数とする。

また、微小時間 Δt の間にこの鉄心内の磁束が $\Delta\Phi$ だけ増加したとき、 Δt と $\Delta\Phi$ およびコイル1の電圧 V_1 との間には以下の式(イ)が成り立つ。

$$V_1 = n_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{式(イ)}$$

ここで、電源の電圧 E 、コイル1の電圧 V_1 、コイル2の電圧 V_2 は、それぞれ a 点、 b 点、 c 点を基準としたときの aa' 間、 bb' 間、 cc' 間の電位差と定義する。

時刻 $t=0$ では、いずれのコイルにも電流は流れていないものとして、以下の問 I、II に答えよ。

I スイッチ S が開いている状態のとき、コイル1の電圧 V_1 が図2—2に示す電圧波形(V_1 は $0 < t < T$ のとき一定値 V_0 をとり、その他の時刻では0をとる)となるように、電源の電圧 E を変化させた。

- (1) 時刻 t が $0 < t < T$ のとき、コイル1の電流 I_1 は正負どちらの向きに増加するか。また、その理由を簡潔に述べよ。
- (2) 時刻 $t = T$ における鉄心内の磁束 Φ を求めよ。
- (3) 式(ア)を用いて、時刻 $t = T$ におけるコイル1の電流 I_1 を求めよ。
- (4) 以下のそれぞれの場合について電源の電圧 E を求めよ。
 - (a) 時刻 t が $0 < t < T$ の場合
 - (b) 時刻 t が $T < t$ の場合

II 次にスイッチSが閉じられている場合を考える。問Iと同様に、コイル1の電圧 V_1 が図2-2に示す電圧波形となるように、電源の電圧 E を変化させた。

- (1) 時刻 $t = T$ における鉄心内の磁束 Φ を求めよ。
- (2) 時刻 t が $0 < t < T$ のとき、両コイルの両端に発生する電圧の大きさの比、 $|V_1|/|V_2|$ を求めよ。またc点とc'点とでは、どちらの電位が高くなるかを答えよ。
- (3) 時刻 t が $0 < t < T$ のとき、コイル1の電流 I_1 を求めよ。

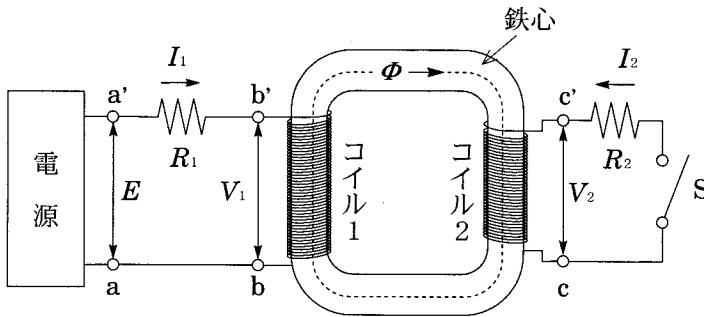


図2-1

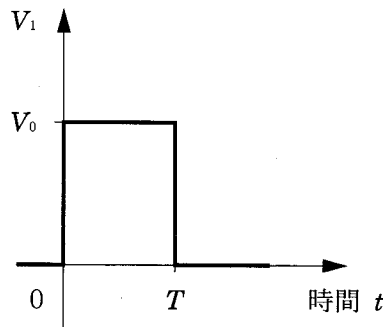


図2-2

第3問 図3—1に示すような円筒形の容器が断熱材におおわれ鉛直に置かれている。容器は厚さ L の断熱材が詰め込まれた壁でA室、B室二つの部屋に仕切られている。円筒内部の断面積を S 、A室の高さを L 、B室の高さを $2L$ とする。また、容器の上面には大きさの無視できるコックがつけられており、A室とB室の間は容積の無視できる細管でつながれている。また、B室の上方の空間にはヒーターが取り付けられている。最初、図3—1では、コックは開いており、B室に密度 ρ の液体が、底面から高さ L のところまで満たされている。A室とB室それぞれの空間には、大気圧 P_0 と室温 T_0 に等しい圧力と温度の単原子分子理想気体が満たされている。液体の蒸発、及び気体と液体の間での熱の出入りは無視できるものとする。重力加速度を g として以下の間に答えよ。

I コックは開いたまま、ヒーターのスイッチを入れると、B室内の気体は加熱されて圧力が上がり、液体が細管を伝わってA室に向かい移動をはじめた。A室の底に液面が達した時の状態を図3—2に示す。この間のB室内気体の状態変化は、定積変化として近似できるものとする。

- (1) B室の液面の高さでの液体に働く力のつり合いを考えることにより、図3—2の状態でのB室内気体の圧力 P_2 を、 ρ 、 g 、 L 、 P_0 を用いて表せ。
- (2) 図3—2の状態にいたるまでにヒーターからB室内の気体に加えられた熱量 Q を、 ρ 、 g 、 L 、 S を用いて表せ。

II 加熱を続けると、液体はさらに移動し、ヒーターのスイッチを切った後、A室内の液面の高さを測定したところ、 aL であった。この状態を図3—3に示す。

- (1) 図3—3の状態でのB室内の圧力を P_3 とする。この時のB室内の気体の温度 T_3 を、 P_3 、 P_0 、 T_0 、 a を用いて表せ。
- (2) 図3—1から図3—3の過程における、B室内の気体の状態の変化を、縦軸を圧力、横軸を体積とするグラフで示せ。
- (3) B室内の気体がした仕事 W を、 P_3 、 P_2 、 S 、 L 、 a を用いて表せ。

Ⅲ 図3-3の状態のコックを閉じ、容器をおおっていた断熱材を取り除いた。十分時間が経って、中の気体の温度が室温と同じになったとき、A室内の液面の高さを測定したところ、図3-4のように βL であった。

- (1) 図3-4の状態、A室、B室それぞれにおける気体の圧力 P_A 、 P_B を、 α 、 β 、 P_0 を用いて表せ。
- (2) α を、 β 、 ρ 、 g 、 L 、 P_0 を用いて表せ。

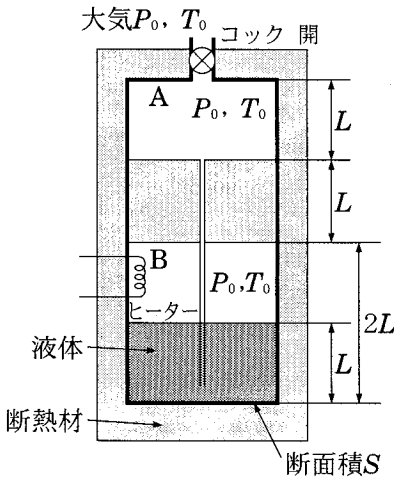


図3-1

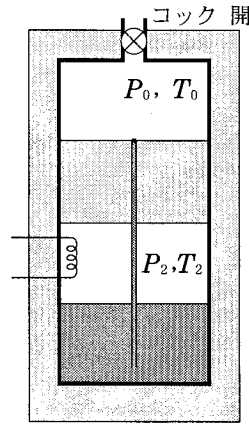


図3-2

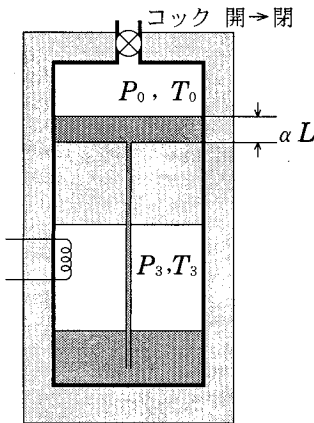


図3-3

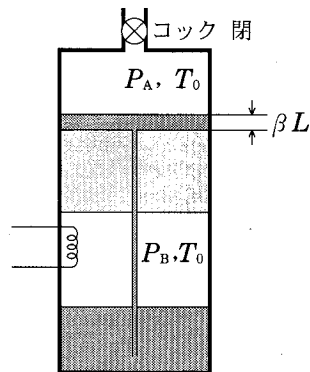


図3-4