

入学試験問題

理科



(配点 120 点)

平成 17 年 2 月 26 日 9 時 30 分—12 時

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 61 ページあります(本文は物理 4～15 ページ、化学 16～29 ページ、生物 30～47 ページ、地学 48～61 ページ)。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答は、1 科目につき 1 枚の解答用紙を使用しなさい。
- 5 物理、化学、生物、地学のうちから、あらかじめ届け出た 2 科目について解答しなさい。
- 6 解答用紙の指定欄に、受験番号(第 1 面 2 箇所、第 2 面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 7 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 8 解答用紙第 1 面上方の指定された()内に、その用紙で解答する科目名を記入しなさい。
- 9 解答用紙第 1 面の上部にある切り取り欄のうち、その用紙で解答する科目の分を 1 箇所だけ正しく切り取りなさい。
- 10 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 11 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 12 解答用紙および問題冊子は、持ち帰ってはいけません。

受験番号							
------	--	--	--	--	--	--	--

上欄に受験番号を記入しなさい。

物 理

第1問 図1のように、地球の中心 O を通り、地表のある地点 A と地点 B とを結ぶ細長いトンネル内における小球の直線運動を考える。地球を半径 R 、一様な密度 ρ の球とみなし、万有引力定数を G として以下の各問に答えよ。なお、地球の中心 O から距離 r の位置において小球が地球から受ける力は、中心 O から距離 r 以内にある地球の部分の質量が中心 O に集まったと仮定した場合に、小球が受ける万有引力に等しい。ただし、地球の自転と公転の影響、トンネルと小球の間の摩擦および空気抵抗は無視するものとし、地球の質量は小球の質量に比べ十分大きいものとする。

I 質量 m の小球を地点 A から静かにはなしたときの運動を考える。

- (1) 小球が地球の中心 O から距離 r ($r < R$) の位置にある時、小球に働く力の大きさを求めよ。
- (2) 小球が運動開始後、はじめて地点 A に戻ってくるまでの時間 T を求めよ。

II 同じ質量 m を持つ二つの小球 P 、 Q の運動を考える。時刻 0 に小球 P を、時刻 t_1 に小球 Q を同一の地点 A で静かにはなしたところ、二つの小球は OB の中点 C で衝突した。ここで二つの小球間のはねかえり係数を 0 とし、衝突後二つの小球は一体となって運動するものとする。ただし、 t_1 は問 I (2) で求めた時間 T より小さいものとする。

- (1) t_1 を T を用いて表せ。
- (2) 二つの小球 P 、 Q が衝突してからはじめて中心 O を通過するまでの時間を T を用いて表せ。

Ⅲ 問Ⅱと同様に、時刻 0 に小球 P を、時刻 t_1 に小球 Q を同一の地点 A で静かに
はなした。ただし、二つの小球間のはねかえり係数は e ($0 < e < 1$) とする。

- (1) 二つの小球が最初に衝突した後、小球 P は地点 B に向かって運動し、地球
の中心 O から距離 d の点 D において中心 O に向かって折り返した。このとき
の d の値をはねかえり係数 e および地球の半径 R を用いて表せ。
- (2) 小球 P と小球 Q が二回目に衝突する位置を求めよ。
- (3) その後二つの小球は衝突を繰り返した。十分時間が経過した後、どのような
運動になるか答えよ。

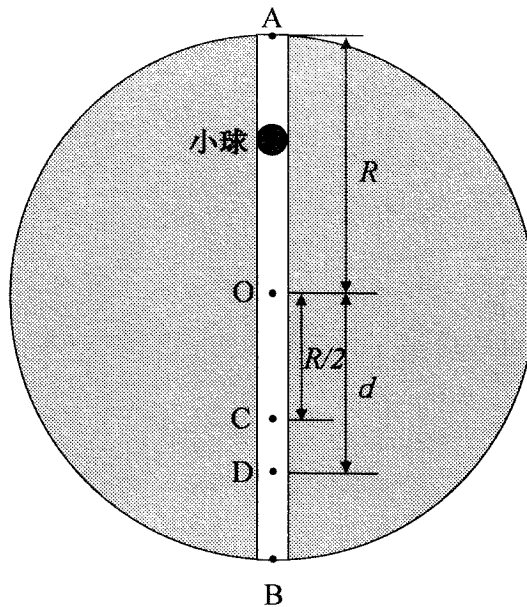


図 1

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第2問 図2-1のように、ボタン型磁石と薄いアルミニウム円板を貼りあわせたものを、磁石の磁力を使って鉄釘を介して乾電池の鉄製負電極につるす。乾電池の正極からリード線をのばし、抵抗を介してリード線の他端Pをアルミニウム円板の円周上の点に触れさせると、アルミニウム円板とボタン型磁石は回転を始めた。その後、リード線とアルミニウム円板がすべりながら接触するようにリード線を保持すると、円板と磁石は回転し続けた。ボタン型磁石は、図2-1のように上面がN極、下面がS極で、電気を通さない。アルミニウム円板の半径を a [m]、乾電池の起電力を V [V]、抵抗の抵抗値を R [Ω]、アルミニウム円板を貫く磁束密度 B [T]は円板面内で一様として、以下の問に答えよ。ただし、リード線とアルミニウム円板の間の摩擦、鉄釘と電池の間の摩擦は無視してよい。また、アルミニウム円板と鉄釘の間の摩擦は十分大きく、これらは一体になって回転するものとする。

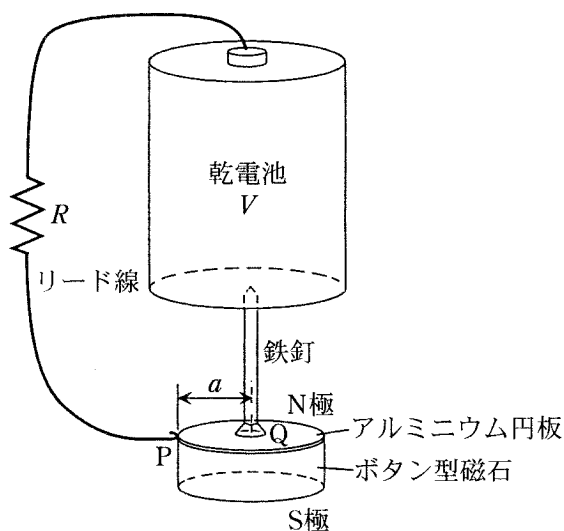


図2-1

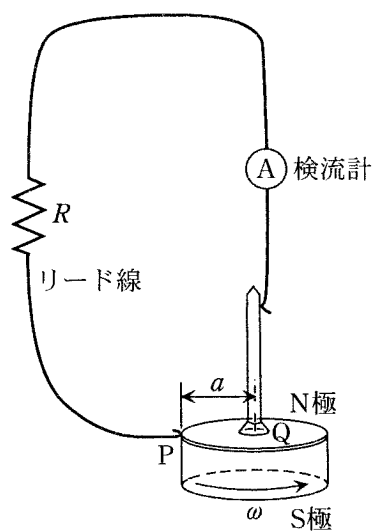


図2-2

I アルミニウム円板とボタン型磁石が回転する方向を、理由を付して答えよ。略図を使ってもよい。ただし、アルミニウム円板を流れる電流は、鉄釘との接合点Qと点Pの間を直線的に流れると考えてよい。

II 図 2—2 のように，乾電池のかわりに検流計を置く。アルミニウム円板とボタン型磁石を図 2—2 の矢印方向に力を加えて回転させると，検流計に電流が流れた。電流の流れる方向を理由を付して答えよ。

III II で生じていた起電力 E [V] の大きさは，ボタン型磁石の回転の角速度が ω [rad/s] のとき， $E = b\omega B$ と表せることを示し，係数 b を求めよ。ただし，釘は十分細いとしてよい。

IV 図 2—1 において，十分時間が経つとアルミニウム円板とボタン型磁石の角速度はある一定値 ω_1 [rad/s] になる。 ω_1 を V ， B ， b を用いて表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第3問 レーザー光が原子に与える作用を用いることにより、原子気体を冷却し、なおかつ空間のある領域に保つことができる。そのような冷却原子気体を用いて、原子の波動性を検証する次のような実験を行った。

図3-1のように、鉛直上向きを z 軸とする直角座標系を設定する。レーザー光によって冷却原子気体を点 $(x, y, z) = (0, 0, L + l)$ のまわりに保つ。この点から L だけ鉛直下方に、 y 軸に平行な間隔 d 、長さ a の二重スリットを水平に置く。さらに l だけ鉛直下方に、原子が当たると蛍光を発するスクリーンを水平(xy 面上)に置く。これらはすべて真空中にある。冷却原子気体の空間的広がり、二重スリットの間隔 d 、および長さ a は、 L, l に比べて十分小さいとする。スクリーン上の蛍光のようすは、ビデオカメラによって撮影する。

時刻 $t = 0$ にレーザー光を切ると、個々の原子はその瞬間に持っていた速度を初速度とし、重力のみを受けた運動を始める。一部の原子は二重スリットを通過し、スクリーンに到着する。時刻 $t = 0$ 以降、原子どうしの衝突はないものとする。二重スリットを通過した原子のうち、 z 軸方向の初速度がゼロであったものがスクリーンに到着する時刻を t_0 とする。単位時間あたりにスクリーンに到着した原子数の時間変化は図3-2のようであった。原子の質量を m 、プランク定数を h 、重力加速度を g とする。

I l は L に比べて十分小さく、二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できるものとして、以下の問に答えよ。

- (1) 二重スリットを通過した原子のうち、 z 軸方向の初速度がゼロであったものがスリット通過直後に持っていた速さ v 、およびド・ブロイ波長 λ を求めよ。
- (2) 時刻 $t = t_0$ にビデオカメラによって撮影された画像には、図3-3のような干渉縞が写っていた。この干渉縞の間隔 Δx_0 を求めよ。ただし、 Δx_0 は d より十分大きく、 l より十分小さいとする。必要ならば、 θ が1より十分小さいときに成り立つ近似式 $\sin \theta \simeq \tan \theta \simeq \theta$ を用いよ。
- (3) 時刻 $t = t_0$ の前後にビデオカメラによって撮影された画像にも、図3-3と同様な干渉縞が写っていた。時刻 t に観測された干渉縞の間隔 Δx を縦軸、時刻 t を横軸として、 Δx と t の関係を表すグラフの概形を描け。ただし、図3-2のように時刻 $t = t_0$ の位置を横軸に明示すること。

II L を固定し、 l を変化させて実験を繰り返した。ただし、 l の大きさは L と同程度で、二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できないものとする。 z 軸方向の初速度がゼロであった原子がスクリーンに到着する時刻に観測される干渉縞の間隔を Δx_1 とする。 Δx_1 と l の関係を最も適切に表しているグラフを図 3-4 の(ア)~(カ)の中から一つ選び、その理由を答えよ。

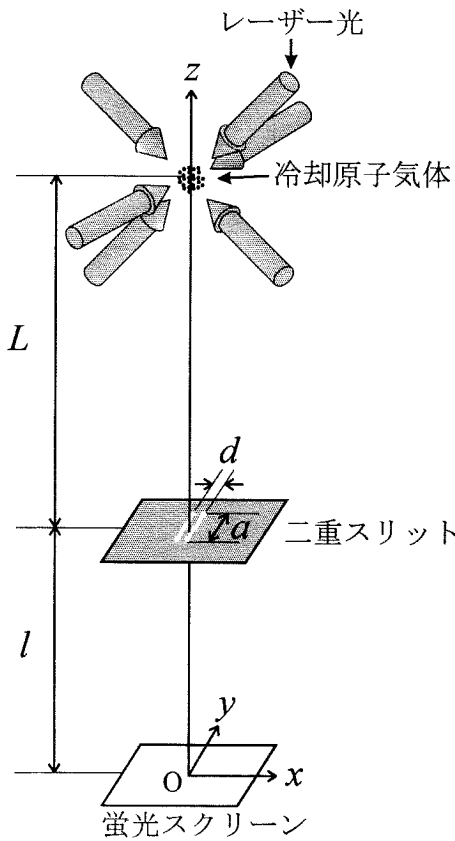


図 3-1

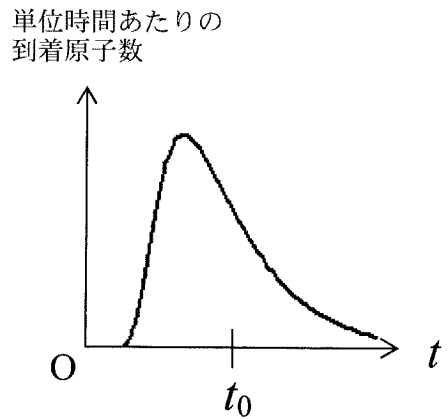


図 3-2

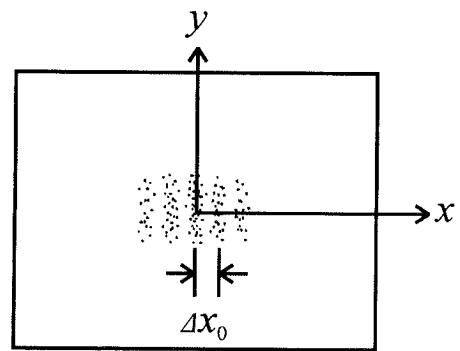


図 3-3

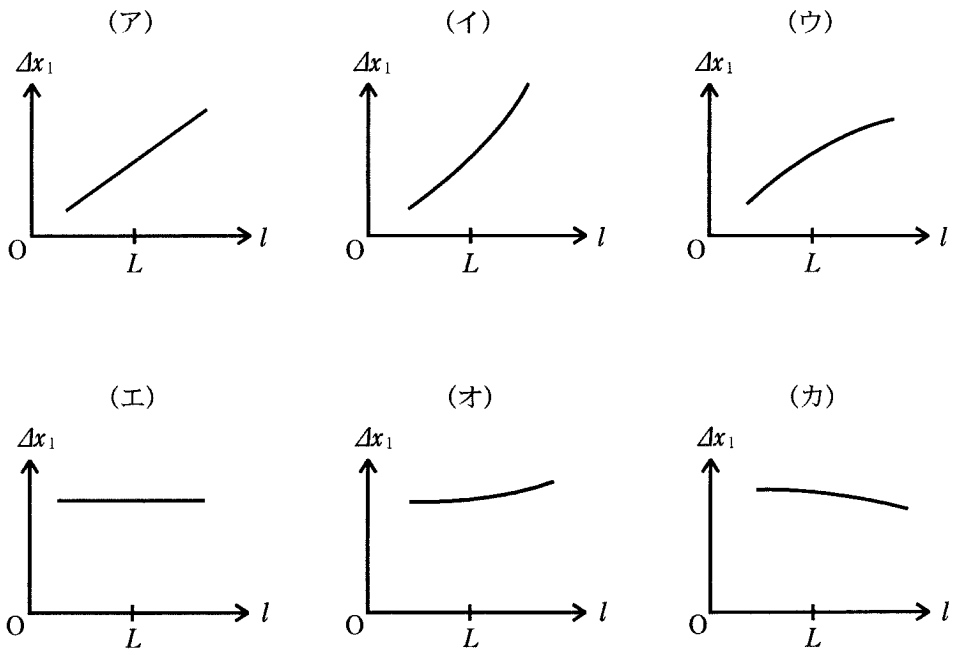


図 3—4

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)