

入学試験問題

理科



(配点 120 点)

平成 21 年 2 月 26 日 9 時 30 分—12 時

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 74 ページあります(本文は物理 4～15 ページ, 化学 16～33 ページ, 生物 34～57 ページ, 地学 58～74 ページ)。落丁, 乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には, 必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答は, 1 科目につき 1 枚の解答用紙を使用しなさい。
- 5 物理, 化学, 生物, 地学のうちから, あらかじめ届け出た 2 科目について解答しなさい。
- 6 解答用紙の指定欄に, 受験番号(第 1 面 2 箇所, 第 2 面 1 箇所), 科類, 氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 7 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 8 解答用紙第 1 面上方の指定された()内に, その用紙で解答する科目名を記入しなさい。
- 9 解答用紙第 1 面の上部にある切り取り欄のうち, その用紙で解答する科目の分を 1 箇所だけ正しく切り取りなさい。
- 10 解答用紙の解答欄に, 関係のない文字, 記号, 符号などを記入してはいけません。また, 解答用紙の欄外の余白には, 何も書いてはいけません。
- 11 この問題冊子の余白は, 草稿用に使用してもよいが, どのページも切り離してはいけません。
- 12 解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 13 試験終了後, 問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

物 理

第1問 図1—1のように、鉛直に固定した透明な管がある。ばね定数 k のばねの下端を管の底面に固定し、上端を質量 m の物体1に接続する。質量が同じく m の物体2を、物体1の上に固定せずにのせる。地面上の一点 O を原点として鉛直上向きに x 軸をとる。ばねが自然長になっている時の物体1の x 座標は h であり、重力加速度の大きさは g である。

なお、物体の大きさは小さく、管との摩擦や空気抵抗は無視でき、 x 方向以外の運動は考えない。ばねの質量は無視できる。また、管は十分長く、実験中に物体が飛び出すことはないものとする。

I 物体1と物体2を、互いに接した状態で、物体1の x 座標が x_A となる位置まで押し下げ、時刻 $t = 0$ に初速度0で放したところ、物体1と物体2は互いに接した状態で単振動を開始した。

- (1) この時の、物体1の単振動の中心の x 座標を答えよ。
- (2) 物体1と物体2の x 方向の運動方程式をそれぞれ書け。各物体の加速度を a_1 、 a_2 、物体1の位置を x 、互いに及ぼす抗力の大きさを $N(N \geq 0)$ とせよ。
- (3) x_A の値によっては、運動中に物体1と物体2が分離することがある。図1—2はこのような場合の物体の位置の時間変化を示す。運動方程式を使って、分離の瞬間の物体1の x 座標を求めよ。なお、図1—2では物体の大きさは無視されており、接している間の物体1と物体2の位置を1本の実線で表している。
- (4) 分離の瞬間の物体1の速度を答えよ。また、分離が起きるのは、時刻 $t = 0$ における物体1の位置 x_A がどのような条件を満たす場合か答えよ。

II 物体1と物体2が分離した後の運動について考える。分離後、物体1は単独で単振動する。物体2は重力のために、分離後ある時間が経過した後に必ず物体1に衝突する。分離から衝突までの時間は時刻 $t = 0$ における物体1の位置 x_A に

依存する。ここで、分離から衝突までの時間が、物体1が単独で単振動する際の周期 T に等しくなるように、 x_A の値を設定した。衝突の時刻を T_1 とする。

- (1) 物体1が単独で単振動する際の周期 T を答えよ。また、物体1と物体2が衝突する瞬間(時刻 T_1)の物体1の x 座標を答えよ。
- (2) 分離の瞬間の物体2の速度を V とする。分離から衝突までの時間が T となるための V の満たす式を書け。
- (3) 物体1と物体2の間のはねかえり係数は1であるとし、時刻 T_1 における衝突以降の運動を考える。物体1と物体2が、 T_1 以降に再び接触する時刻 T_2 と、その時の物体1の x 座標を答えよ。また、時刻 $t=0$ から $2T_1$ までの間で、横軸を時刻、縦軸を物体の位置とするグラフの概形を描け。物体の大きさは無視し、物体1と物体2が接した状態で運動している部分は実線、分離している部分は点線を用いよ。なお、横軸、縦軸共に、値や式を記入する必要はない。
- (4) この場合の x_A を h, m, k, g を用いて表せ。

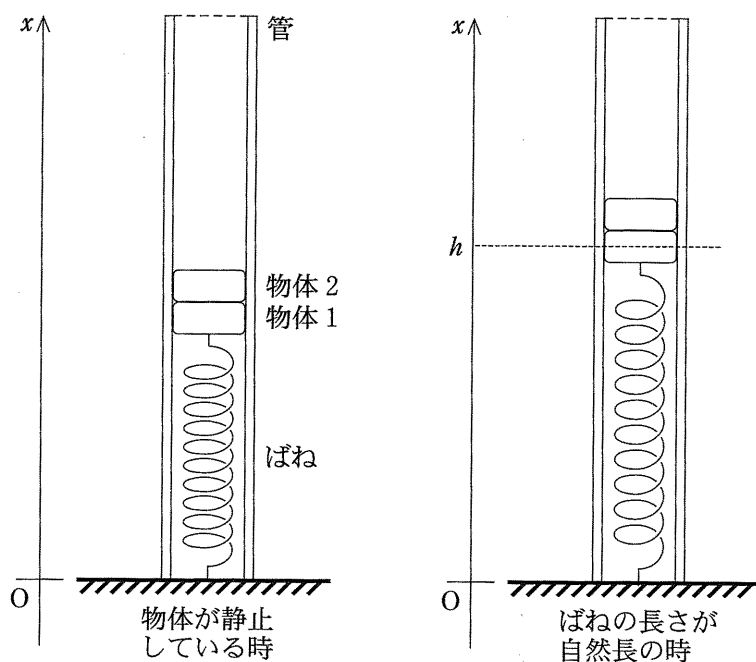


図1-1

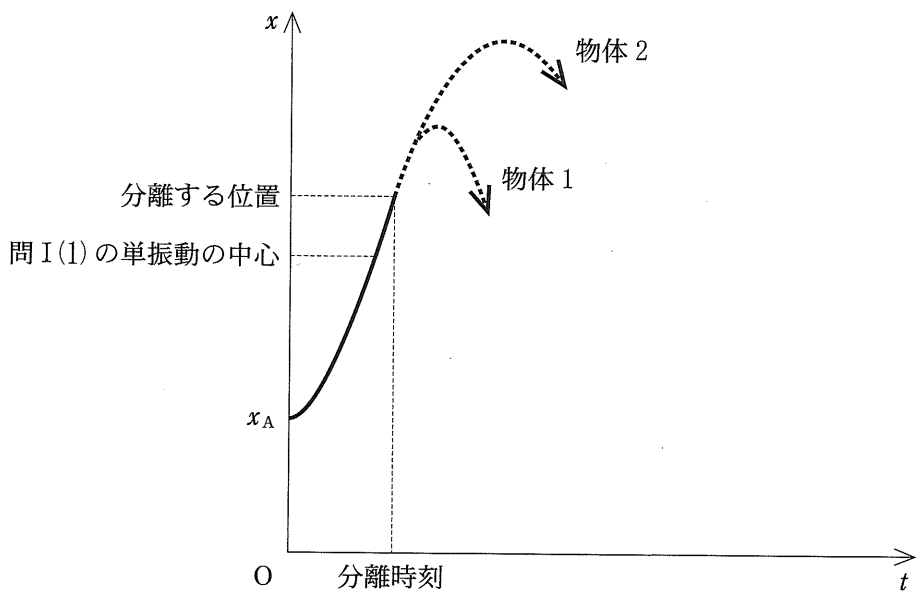


図 1—2

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第2問 図2のように、紙面内の上から下向き(x 軸の正の向き)に重力(重力加速度の大きさ g)がはたらき、紙面に垂直に裏から表の向きに一様な磁場(磁束密度の大きさ B)が、EFとGHの間の領域だけに加えられている。EFとGHは水平である。抵抗 R 、質量 m の一様な導線を一卷きにして作った高さ a 、幅 b の長方形のコイルABCDを、磁場のある領域の上方から落下させる。その際、ABCDは紙面内にあり、BCが x 軸と平行となるように、常に姿勢を保つようにした。EFとGHの距離はコイルの高さ a に等しい。導線の太さは a や b に比べ十分小さく、EFは b に比べ十分長いものとする。また、自己誘導や空気抵抗は無視し、地面との衝突は考えないものとする。

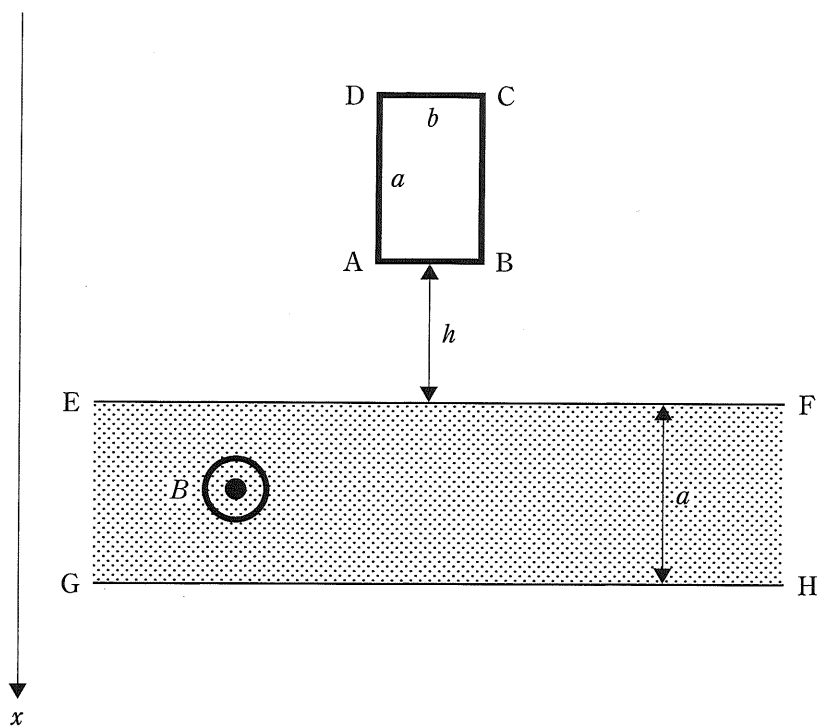


図2

I 時刻 $t = 0$ に、AB と EF の距離が h となる位置から初速度 0 でコイルを落下させた。

- (1) AB が EF に到達する時刻 t_1 と、その時のコイルの速さ v_1 を h を用いて表せ。
- (2) AB が GH に到達する時刻を t_2 とする。ある時刻 $t (t_1 < t < t_2)$ に、コイルが速さ v で落下しているとする。このとき、コイルにはたらく合力 (x 軸の正の向きを正とする) を v を用いて表せ。
- (3) AB が EF に到達する時のコイルの速さ v_1 の値によって、時刻 t_1 から t_2 の間にコイルが加速する場合と減速する場合がある。それぞれの場合における、 v_1 の条件を記せ。

II 時刻 t_1 から t_2 の間コイルが等速度で落下するように、時刻 $t = 0$ におけるコイルの位置をうまく調整してから、初速度 0 で落下させた。

- (1) この場合の、時刻 $t = 0$ における AB と EF の距離と時間 $t_2 - t_1$ を求めよ。
- (2) 時刻 t_1 から t_2 の間に、コイルで消費される電力 P と熱として発生するエネルギー W を求めよ。
- (3) DC が GH に到達する時刻を t_3 とする。時間 $t_3 - t_2$ を求めよ。また、落下開始から、磁場のある領域を十分離脱するまでの、コイルの速さの時間変化を表すグラフを描け。グラフには、 $t = t_1, t_2, t_3$ (具体的な式は不要) と、それらの時刻における速さの式を記せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第3問 常温の水は液体(以後単に水という)と気体(水蒸気)の2つの状態をとることができる。どちらの状態をとるかは温度と圧力により、図3—1に示すように定まる。たとえば、水をシリンダーに密封して温度を30℃、圧力を7000Paにしたときは水であり、熱を与えて、温度や圧力を多少変えても全部が水のままである。一方、同じ30℃で、圧力を1000Paにしたときはすべて水蒸気である。ただし、図3—1のB点、C点のような境界線上の温度と圧力のときは水と水蒸気が共存できる。逆に、水と水蒸気が共存しているときの温度と圧力はこの境界線(共存線)上の値をもつ。温度を与えたときに定まる共存時の圧力を、その温度での蒸気圧という。一定の圧力で共存している水と水蒸気に熱を与えると、温度は変わらずに、熱に比例する量の水が水蒸気になり、全体の体積は膨張する。単位物質量的水を水蒸気に変化させるために必要なエネルギーを蒸発熱と呼ぶ。

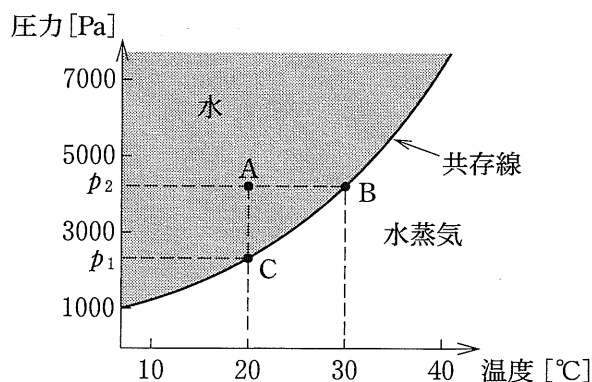


図3—1

このことを参考にして、図3—2に示す装置のはたらきを調べよう。断面積 $A[\text{m}^2]$ で下端を閉じたシリンダーを鉛直に立てて、物質質量 $n[\text{mol}]$ の水を入れ、質量 $m_1[\text{kg}]$ のピストンで密閉し、その上に質量 $m_2[\text{kg}]$ のおもりをのせる。シリンダーの上端を閉じてピストンの上側を真空にする。ピストンはシリンダーと密着してなめらかに動くことができるが、シリンダーの上方にはストッパーが付いていて、ピストンの下面の高さが $L[\text{m}]$ になるところまでしか上昇しないようになっている。シリンダーの底にはヒーターが置かれていて、外部からの電流でジュール熱を発生できるようになっている。以下の過程を通じて、各瞬間の水と水蒸気の温度はシリンダー内の位置によらず等しいものとする。また、圧力の位置による違いは無視する。

- I 20℃での蒸気圧を p_1 [Pa], 30℃での蒸気圧を p_2 [Pa]と記す。ピストンのみでおもりをのせないときに内部の圧力が p_1 で、ピストンにおもりをのせたときに p_2 になるようにしたい。 m_1 と m_2 を求めよ。重力加速度の大きさを g [m/s²]とする。
- II 圧力 p_2 での20℃の水のモル体積(1 mol当たりの体積)を v_1 [m³/mol]とする。この温度でおもりをのせた状態でのシリンダー内の水の深さ d [m]を求めよ。なお、ヒーターの体積は無視できる。
- III 装置全体を断熱材で覆い、ピストンにおもりをのせたまま、はじめ20℃であった水をヒーターでゆっくりと30℃になるまで加熱する。このとき、水の状態は図3—1のA点からB点に移る。20℃から30℃までの水の定圧モル比熱は温度によらず、 c [J/(mol·K)]であるとする。水を30℃にするためにヒーターで発生させるジュール熱 Q_1 [J]を求めよ。なお、シリンダー、ピストン、おもり、断熱材など、水以外の物体の熱容量は無視できるものとする。
- IV 30℃の水をさらにヒーターでゆっくりと加熱する。このときの温度と圧力はB点に留まり、水は少しずつ水蒸気に変化していく。図3—3のようにピストンがストッパーに達したときにも水が残っていた。B点での水のモル体積 v_2 [m³/mol]とB点での水蒸気のモル体積 v_3 [m³/mol]を用いて、このときの水蒸気の物質量 x [mol]を求めよ。
- V 30℃の水を、その温度での蒸気圧の下で、水蒸気にするために必要となる蒸発熱を q [J/mol]とする。問IVの過程で、ピストンがストッパーに達するまでに、ヒーターで発生させるジュール熱 Q_2 [J]を求めよ。

VI ピストンがストッパーに達したときにヒーターを切り、おもりを横にずらして、ストッパーにのせる。つぎにまわりの断熱材を取り除き、18℃の室内で装置全体がゆっくりと冷えるのを待つ。

- (1) 時間の経過(温度の低下)とともに、圧力がどのように変化するか述べよ。
- (2) 時間の経過(温度の低下)とともに、ピストンはストッパーに接した位置と水面に接した位置の間でどのように動くか、動く場合にはその速さ(瞬間的か、ゆっくりか)を含めて述べよ。

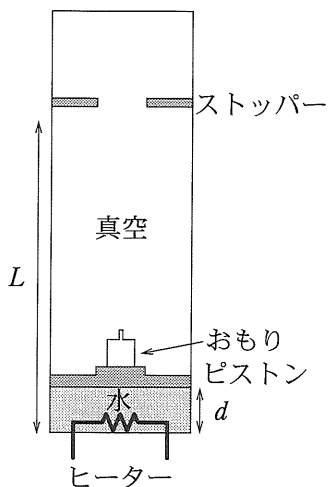


図 3—2

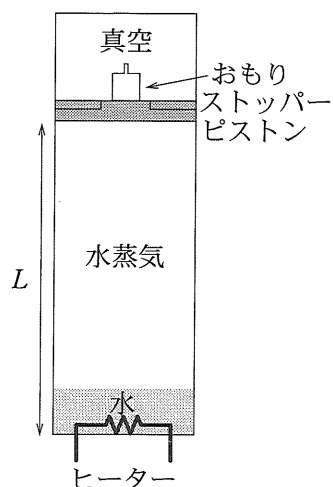


図 3—3

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)