

1 次の(ア), (イ), (ウ), (エ), (オ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 定数  $a, b, c$  に対して  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  とする。すべての実数  $x$  に対して  $f'(x) = f(x) + xe^{-x}$  をみたすとき  $a, b, c$  は  である。

(2) 「すべての 0 以上の実数  $a$  に対し、 $y \geq ax^2$  が成り立つ」ような実数の組  $(x, y)$  の全体は、集合  $\left\{ (x, y) \mid \text{$  } \right\} で表される。また「ある 0 以上の実数  $a$  に対し、 $y \geq ax^2$  が成り立つ」ような実数の組  $(x, y)$  の全体は、集合  $\left\{ (x, y) \mid \text{$  } \right\} で表される。

(3) 行列  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  と  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$  に対して

$$T(A, B) = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}$$

とおく。すべての実数  $x, y, z$  に対して  $T\left(\begin{pmatrix} x & z \\ z & y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u & 1 \\ v & w \end{pmatrix}\right) = 0$

が成り立つような  $u, v, w$  は  である。また実数  $a$  に対して

$C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$  とおくとき、 $T\left(C^4, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = 16$  となる  $a$  は  である。

2

次の(カ), (キ), (ク), (ケ), (コ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

- (1)  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 10x^2 + (10 - 2\sqrt{2})x + 23$  とする。実数  $a$  に対して、 $f(x)$  を  $x^2 + a$  で割ったときの余りは  である。このことを用いて  $f(x)$  を実数の範囲で因数分解すると  である。
- (2)  $Y$  チームと  $G$  チームがあるゲームを複数回行うとする。各ゲームの勝敗は独立とし、どのゲームも  $Y$  が勝つ確率を  $p$ 、負ける確率を  $1 - p$  ( $0 < p < 1$ ) とする。このとき  $Y$  が勝てば 2 円受け取り、負ければ 1 円支払う賭けをする。 $k$  回までに  $Y$  が勝つ回数を  $R_k$  回、賭けで得る差し引き金額を  $S_k$  円とする。自然数  $n$  に対して、 $R_n$  と  $S_n$  の間の関係は  である。また  $S_{3n} = 3n$  となる確率は  であり、 $S_{3n} = 3n + 1$  となる確率は  である。

3 座標平面において、曲線  $y = x(x - 1)(x - r)$  ( $r > 1$ ) と  $x$  軸とで囲まれた図形で  $y$  座標が 0 以下の部分の面積を  $S(r)$  とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1)  $S(r)$  を  $r$  を用いて表せ。
- (2)  $S(r)$  が整数となるような整数  $r$  を  $1200 \leq r \leq 1210$  の範囲ですべて求めよ。

4 座標空間において  $xy$  平面上の半円周  $x^2 + y^2 = a^2$  ( $x \geq 0$ ) を  $C$  とする。ただし,  $a$  は正の定数とする。定点  $A(0, 0, a)$  と  $C$  上の動点  $P$  を結ぶ線分上で  $x$  座標と  $z$  座標が等しい点  $Q(X, Y, Z)$  の  $xy$  平面上への垂線の足を  $R(X, Y, 0)$  とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1)  $P$  が  $C$  上を動くとき  $Y$  のとる値の範囲を求め,  $X$  を  $Y$  の関数として表せ。
- (2)  $y$  軸と  $R$  の軌跡で囲まれる図形を  $y$  軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。