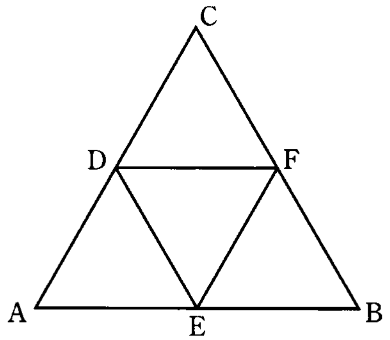
1 次の(ア), (イ), (ウ), (エ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 各組が 13 枚ずつからなる赤，青，黄，緑の 4 組のカードがあり，それぞれ 1 から 13 までの番号が 1 つずつ書かれている。この 52 枚のカードは 1 つの袋に入っている。AとBの 2 人が次のようなゲームをする。この袋から 1 枚のカードをぬきだすとき，そのカードの色が赤であるか，またはカードの番号が 10 以上であればAの勝ち，それ以外であればBの勝ちとする。1 回のゲームでAが勝つ確率は $\boxed{\text{(ア)}}$ である。このゲームを n 回行うとき，Aが k 回勝つ確率は $\boxed{\text{(イ)}}$ となる。ただし，1 回のゲームが終わるごとに，カードはもとに戻すものとする。

(2) 下図において点Aから出発して，線分に沿って移動する動点Pを考える。Pは各点A，B，C，D，E，Fにおいて，1 度通過した線分を除いて等しい確率で次の点に向かって移動する。ただし，A，B，Cのどれかに到達したら，そこで運動は終了する。このとき，PがAに戻る確率は $\boxed{\text{(ウ)}}$ である。また，Bに到達する確率は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。



2 次の(カ), (キ), (ク), (ケ)の空欄に適する数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 座標平面上の曲線 $C : y = \sqrt{x^2 + 1}\ (x > 0)$ の点 $\mathrm{P}(t,\ \sqrt{t^2 + 1})$ における C の接線と x 軸との交点をQとし，Pから x 軸に下ろした垂線の足をRとする。三角形PQRの面積 $S(t)$ を t を用いて表すと $\boxed{\text{(カ)}}$ となる。また，$S(t)$ の最小値は $\boxed{\text{(キ)}}$ である。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{2\pi} |x \sin x|\, dx$ の値は $\boxed{\text{(ク)}}$ である。

(3) 複素数 $z = -1 + i$ に対して，集合

$$S = \{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 \mid a_0,\ a_1,\ a_2 \text{ は } 0 \text{ または } 1\}$$

を考える。S のなかで絶対値が最大の複素数は $\boxed{\text{(ケ)}}$ である。

$\boxed{3}$ 座標平面上に4点A(0, 0), B(1, 0), C(1, 1), D(0, 1)を頂点とする四角形ABCDがある。動点Pはx座標, y座標がともに正であり，三角形ABPの面積が1となるように動くものとする。Pのx座標をtとし，三角形ABPと四角形ABCDの共通部分の面積を$S(t)$とする。

(1) $S(t)$を求めよ。

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \int_1^x \frac{S(t)}{t}\,dt$を求めよ。

4 実数 $\lambda = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\mu = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ と行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ に対して

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\lambda^n - \mu^n),\quad A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) すべての $n = 1,\ 2,\ 3,\cdots$ に対して

$$f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) すべての $n = 1,\ 2,\ 3,\cdots$ に対して

$$2f_{n+1} + f_n = f_{n+3},\quad 3f_{n+1} + 2f_n = f_{n+4}$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) すべての $n = 1,\ 2,\ 3,\cdots$ に対して

$$\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{3n+1} & f_{3n} \\ f_{3n} & f_{3n-1} \end{pmatrix}$$

が成り立つことを証明せよ。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log(a_n + b_n + c_n + d_n)$ を求めよ。

◇M10(722—99)