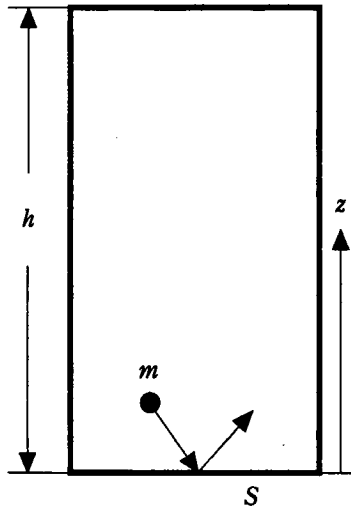


- 1 高度による大気の圧力の差は、気体分子の運動におよぼす重力の影響を考慮することによって説明される。このことについて以下のような考察をしてみよう。

図のような底面積 S [m²]、高さ h [m] の直方体の容器に 1 種類の気体が閉じこめられている。気体分子は容器の壁面と弾性衝突(完全弾性衝突)するものとし、また簡単のために、分子間の衝突はないものとする。容器の中の気体分子 1 個の質量を m [kg]、気体分子の総数を N 個、重力加速度を g [m/s²] とし、鉛直上向きに z 軸をとる。

容器内の 1 個の分子に注目し、容器の下面に衝突する直前の速度の z 成分を $-v_d$ [m/s] とする。

- (1) 容器の下面との 1 回の衝突において、この分子の運動量の変化の大きさを Δp [kg·m/s] とするとき、 Δp を求めよ。
- (2) 容器の下面に衝突した後、分子は上昇するが、 v_d がある大きさ v_{d0} [m/s] より小さいと容器の上面に到達できず、下面との衝突を繰り返す。この v_{d0} を求めよ。上面に到達できない場合、下面との衝突から次の下面との衝突までの時間 t_1 [s] を求めよ。この分子が Δt [s] の間に容器の下面に与える力積の大きさ w [N·s] を求めよ。ただし、 Δt は t_1 に比べて十分大きいものとする。
- (3) v_d が v_{d0} より大きい場合、分子は容器の上面と下面の間を往復する。この場合も分子は重力の影響を受けて運動するが、1 個の分子が Δt の間に容器の下面に与える力積の大きさ w_d [N·s] と上面に与える力積の大きさ w_u [N·s] をそれぞれ求めよ。ただし、 Δt は、分子が容器の上面と下面の間を往復するのに要する時間に比べて十分大きいものとする。
- (4) 1 個の分子が Δt の間に容器の下面に与える力積の大きさと上面に与える力積の大きさととの差を w' [N·s] とするとき、上の設問(2)と(3)の w' をそれぞれ求めよ。以上の考察から、容器内の N 個の気体が容器の下面と上面にあたる圧力の差 P' [N/m²] を求めよ。



2 図のように、磁束密度 B [Wb/m²] の鉛直上向きの一様な磁場中に、十分に長い電気抵抗の無視できる 2 本のレールが、水平面に対して角度 θ [rad] で固定されている。レールの間隔は l [m] であり、レールの表面はなめらかである。そのレール上の点 X, Y に、質量 m [kg] の金属棒が乗せられている。ここで、四辺形 WXYZ は長方形であり、辺 XY は水平になっている。レールの下端 W, Z には図のような回路が接続されており、この回路内では抵抗値 r [Ω] の抵抗がスイッチ S_1 により、起電力 E [V] の電池がスイッチ S_2 により、接続を切りかえられるようになっている。空気抵抗や電池の内部抵抗、および回路の配線による電気抵抗は全て無視できるとし、また、重力加速度は g [m/s²] とする。

はじめにスイッチ S_1 を C に、 S_2 を D に接続したところ金属棒はすべり落ちることなく静止したままであった。

(1) 金属棒 XY 間の抵抗値 R [Ω] を求めよ。

次に S_2 を D に入れたままにして、 S_1 を C' に切りかえたところ、金属棒は水平を保ちながら斜面に沿ってのぼり始め、しばらくすると速さがある一定値に近づいた。

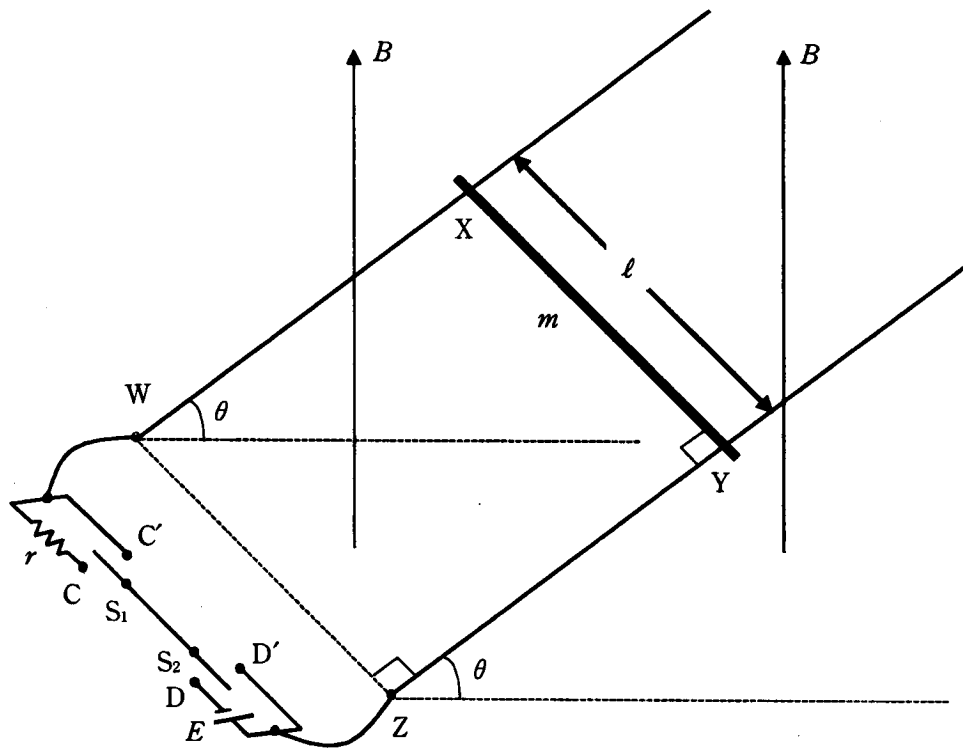
(2) 金属棒がのぼり始めた理由と速さが一定に近づく理由を指定された枠内に述べよ。

さらに S_1 を C' に入れたままにして S_2 を D' に切りかえたところ、金属棒は水平を保ちながらすべり落ち始め、しばらくすると速さがある一定値 v [m/s] に近づいた。

(3) この速さ v を求めよ。

(4) 金属棒における消費電力が全てジュール熱に変わるとすると、すべり落ちる速さが一定値 v になったとして、 t [s] 間に発生するジュール熱 Q [J] を求めよ。

(5) 設問(4)で求めたジュール熱が t [s] 間の金属棒の位置エネルギーの変化に等しいことを示せ。



3 原子に関する以下の文を読み、問いに答えよ。

ラザフォードの原子模型では、原子核のまわりを電子がまわっている。しかし、ラザフォードの原子模型には重大な難点があった。この難点を解決するために、ボーアは以下の仮説を提唱した。

- a. 原子中の電子は、とびとびのエネルギーの値(エネルギー準位)をもつときだけ安定であり、この許されたエネルギー準位をもつ状態を定常状態という。
- b. 電子が定常状態にいるときには、原子は光を放射しない。電子が高いエネルギー準位の状態から低いエネルギー準位の状態に移るとき、光を放射する。

ボーアは、水素原子中の電子がクーロン力($-\frac{ke^2}{r^2}$)により原子核のまわりで半径 r の円軌道上を運動しているとして、a, bの仮説と量子条件 $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ とから、水素原子中の電子の軌道がとびとびになることを示し、そのエネルギー準位を導いた。ここで、 m は電子の質量、 v は電子の速さ、 e は電気素量、 h はプランク定数、 k は定数、 n は量子数とする。

- (1) ラザフォードの原子模型の難点を説明せよ。
- (2) 量子条件を電子の波動性から導け。
- (3) 水素原子の量子数 n に対する円軌道の半径 r_n を m, e, h, k, n を使って表せ。
- (4) 水素原子の量子数 n に対するエネルギー準位 E_n を m, e, h, k, n を使って表せ。
- (5) 水素原子の基底状態(エネルギーの最も低い状態)にいる電子が吸収する光の振動数 ν を求めよ。
- (6) 水素原子中の電子のエネルギー準位が、とびとびであることを観測する方法を述べよ。