

平成26年度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

熊本大学

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
5. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

1 空間内の1辺の長さ1の正四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、OAの中点をPとする。以下の問いに答えよ。

(問1) $0 < t < 1$ に対し、BCを $t : (1-t)$ に内分する点をQとする。また、 $PM + MQ$ が最小となるOB上の点をMとし、 $PN + NQ$ が最小となるOC上の点をNとする。このとき、 \overrightarrow{OM} と \overrightarrow{ON} を、それぞれ t , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(問2) $\triangle QMN$ の面積を t を用いて表せ。

(問3) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、 $\triangle QMN$ の面積の最大値を求めよ。

2 a を正の定数とする。条件

$$\cos \theta - \sin \theta = a \sin \theta \cos \theta, \quad 0 < \theta < \pi$$

を満たす θ について、以下の問いに答えよ。

(問1) 条件を満たす θ は、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で、ただ1つ存在することを示せ。

(問2) 条件を満たす θ の個数を求めよ。

3 以下の問いに答えよ。

(問 1) 正の実数 a, b, c について, 不等式

$$\frac{\log a}{a} + \frac{\log b}{b} + \frac{\log c}{c} < \log 4$$

が成立することを示せ。ただし, \log は自然対数とし, 必要なら $e > 2.7$ および $\log 2 > 0.6$ を用いてもよい。

(問 2) 自然数 a, b, c, d の組で

$$a^{bc} b^{ca} c^{ab} = d^{abc}, \quad a \leq b \leq c, \quad d \geq 3$$

を満たすものをすべて求めよ。

4 a を $a > 2$ である実数とする。 xy 平面上の曲線 $C: y = \frac{1}{\sin x \cos x}$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) と直線 $y = a$ の交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\tan \alpha$ および $\tan \beta$ を a を用いて表せ。

(問 2) C と x 軸, および 2 直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれた領域を S とする。 S の面積を a を用いて表せ。

(問 3) S を x 軸の周りに回転して得られる立体の体積 V を a を用いて表せ。