

1  $A$  を 2 次正方行列とする.  $A^2 + A + E = O$  が成立するとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $E$  は単位行列,  $O$  は零行列である. (50 点)

問 1  $A^3 = E$  を示せ.

問 2  $(A - E)(2A^2 + A)$  および  $(A - tE)(A^2 + tA + t^2E)$  を計算する事により, すべての実数  $t$  に対して  $A - tE$  は逆行列をもつ事を示せ.

(解答は次のページを使用すること)

- 2 A, B, Cの3人が自分の名前を書いたカードを各自3枚ずつ1つの箱の中に入れる. この箱の中からA, B, Cの順にそれぞれ1枚ずつカードを引くとする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, 引いたカードは元に戻さないものとする. (50点)
- 問1 ひとりだけが自分以外の名前のカードを引く確率を求めよ.
- 問2 ひとりだけが自分の名前のカードを引く確率を求めよ.
- 問3 全員が自分以外の名前のカードを引く確率を求めよ.

(解答は次のページを使用すること)

3  $1 \leq a \leq e$  とする.  $0 \leq x \leq 1$  の範囲で, 曲線  $y = e^x - a$  と  $x$  軸で挟まれた部分の面積を  $S(a)$  とする. このとき, 次の問いに答えよ. (50 点)

問 1  $S(a)$  を求めよ.

問 2  $S(a)$  の最小値とそのときの  $a$  の値を求めよ.

(解答は次のページを使用すること)

4 次の問いに答えよ。(50点)

問 1  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  のとき,  $\frac{2}{\pi}x < \sin x$  が成り立つ事を示せ.

問 2  $\lim_{r \rightarrow \infty} r \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-r^2 \sin x} dx$  を求めよ.

(解答は次のページを使用すること)