

平成 21 年度 入学 試験 問題 (前期日程)

数 学 甲(数 I ・ 数 II ・ 数 III ・ 数 A ・ 数 B ・ 数 C)

この冊子には、問題として 1, 2, 3, 4 が出題されている。
全問解答すること。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 座標平面の x 軸の正の部分にある点 A と y 軸の正の部分にある点 B を考える。原点 O から点 A, B を通る直線 l におろした垂線と、直線 l との交点を P とする。 $OP = 1$ であるように点 A, B が動くとき、次の問に答えよ。(50点)

問 1 $\theta = \angle AOP$ とするとき、 $OA + OB - AB$ を $\cos \theta$ と $\sin \theta$ で表せ。

問 2 $OA + OB - AB$ の最小値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

2 $a > 0$ とし, $f(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos ax| dx$ とする。次の問に答えよ。(50点)

問 1 $0 < a < 1$ のとき, $f(a)$ を求めよ。

問 2 $\lim_{a \rightarrow +0} f(a)$ を求めよ。

問 3 自然数 n に対して, $f(n)$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

2 解答欄

問 1

問 2

問 3

3 n を 2 以上の自然数とする。次の問に答えよ。(50 点)

問 1 定積分 $\int_1^n x \log x \, dx$ を求めよ。

問 2 次の不等式を証明せよ。

$$\frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) < \sum_{k=1}^n k \log k < \frac{1}{2} n^2 \log n - \frac{1}{4} (n^2 - 1) + n \log n$$

問 3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ (1^1 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot n^n)^{\frac{1}{n^2 \log n}} \right\}$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

3 解答欄

問 1

問 2

問 3

4 1個のサイコロを投げ、座標平面内の原点 O から出発する点 P を、次の規則に従って動かすとする。

- 出たサイコロの目が 1 ならば、 x 軸の正の向きに 1 動かす。
- 出たサイコロの目が 2 ならば、 x 軸の負の向きに 1 動かす。
- 出たサイコロの目が 3 ならば、 y 軸の正の向きに 1 動かす。
- 出たサイコロの目が 4 ならば、 y 軸の負の向きに 1 動かす。
- 出たサイコロの目が 5 か 6 ならば、動かさない。

このとき、次の問に答えよ。(50 点)

問 1 3回サイコロを投げるとき、 $OP = 1$ となる確率を求めよ。

問 2 7回サイコロを投げるとき、 $OP = 5$ となる確率を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
小計	