平 成 3 1 年 度 入 学 試 験 問 題 （前期日程）

数　学　甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)

この冊子には，問題として $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ が出題されている。
全問解答すること。

注 意 事 項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は，必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は，120分である。

受　験　番　号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

$\boxed{1}$ a と b は定数で，$a \neq 0$ かつ $b \neq 0$ とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　関数 $f(x) = e^{ax}\sin(bx)$ と $g(x) = e^{ax}\cos(bx)$ について，$af(x) - bg(x)$ と $bf(x) + ag(x)$ を微分せよ。

問 2　不定積分 $\int e^{ax}\sin(bx)\,dx$ と $\int e^{ax}\cos(bx)\,dx$ を求めよ。

問 3　曲線 $y = e^{-x}\sin x$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ と x 軸で囲まれた図形を，x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

問 3

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = \dfrac{\log x}{x^2}$ $(x > 0)$ とする。$f(x)$ の最大値を与える x を a とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　関数 $f(x)$ の増減を調べることにより，a の値および最大値 $f(a)$ を求めよ。

問 2　曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線が原点 $(0, 0)$ を通るとき，その接線の方程式を求めよ。

問 3　曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

2 解答欄

問 1

問 2

問 3

3 数列$\{a_n\}$が

$$a_1=1,\ a_2=2,\ a_{n+2}=\sqrt{\frac{a_n}{a_{n+1}}}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められるとき，次の問いに答えよ。(50点)

問1　$b_n=\log_2 a_n$とする。b_{n+2}をb_{n+1}，b_nを用いて表せ。

問2　問1で求めた関係式を次のように表すとき，定数p，qを求めよ。

$$\begin{cases} b_{n+2}-pb_{n+1}=q(b_{n+1}-pb_n) \\ b_{n+2}-qb_{n+1}=p(b_{n+1}-qb_n) \end{cases}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

ただし，$p\geqq q$とする。

問3　問2で求めたp，qを用いて数列$\{c_n\}$，$\{d_n\}$を次のように定める。

$$c_n=b_{n+1}-pb_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$
$$d_n=b_{n+1}-qb_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

一般項c_n，d_nをそれぞれ求めよ。

問4　一般項b_nおよび極限$\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n}$，$\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n+1}$を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問1	
問2	
問3	
問4	
小計	

3 解答欄

問 1

問 2

問 3

問 4

4 箱の中に赤玉 1 個と白玉 2 個が入っている。この箱から玉を 1 個取り出し，玉の色を見た上で箱に戻すという試行を n 回繰り返す。赤玉が連続して m 回以上出た確率を $P(n,\ m)$ とおく。ただし，$n \geqq m \geqq 2$ とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　$P(2,\ 2)$，$P(3,\ 2)$，$P(4,\ 2)$ を求めよ。

問 2　$P(m,\ m)$，$P(m+1,\ m)$，$P(m+2,\ m)$ を求めよ。

問 3　$n = m+1,\ m+2,\ m+3,\ \cdots\cdots,\ 2m$ に対し $P(n,\ m) - P(n-1,\ m)$ を求めよ。

問 4　$P(2m,\ m)$ を求めよ。

（解答は次のページの解答欄に記入すること）

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
問 4	
小計	

4 解答欄

問1

問2

問3

問4

採　点　欄	
数　　学　甲	
1	
2	
3	
4	
小計	

受　験　番　号