'17

前期日程

理　科

（医学部医学科）

注　意　事　項

問題（1～7）の全てに解答してください。

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は1冊(27頁)，解答用紙は7枚，下書用紙は3枚です。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

問題($\boxed{4}$～$\boxed{7}$)を解くにあたって，必要ならば次の値を用いよ。

原子量	C = 12.0	Ca = 40.1	Cl = 35.5	F = 19.0
	Fe = 55.8	H = 1.0	K = 39.1	Mn = 54.9
	N = 14.0	Na = 23.0	O = 16.0	S = 32.1

理想気体のモル体積	22.4 L/mol（0 ℃，1.01×10^5 Pa）
気体定数	8.31×10^3 Pa·L/(K·mol)
アボガドロ定数	6.02×10^{23}/mol

1 地面上に置かれた水平な台の上にいる人がラケットで小球を打つ場合を考える。小球を打ち出す位置(台の上面からの高さ h)を原点Oとして水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。小球の質量を m，重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視する。小球の運動は台上にいる観測者から見た場合を考える。以下の問(1)〜(11)に答えよ。

【I】 図1に示すように，原点Oから小球を，x 軸方向と角度 θ_1，速さ v_1 で斜め上方に打ち出したところ，小球は台上 $x = d$ のA点に落下した。小球が打ち出された時刻を $t = 0$ とする。また，台は地面に固定されており，$0° < \theta_1 < 90°$ とする。

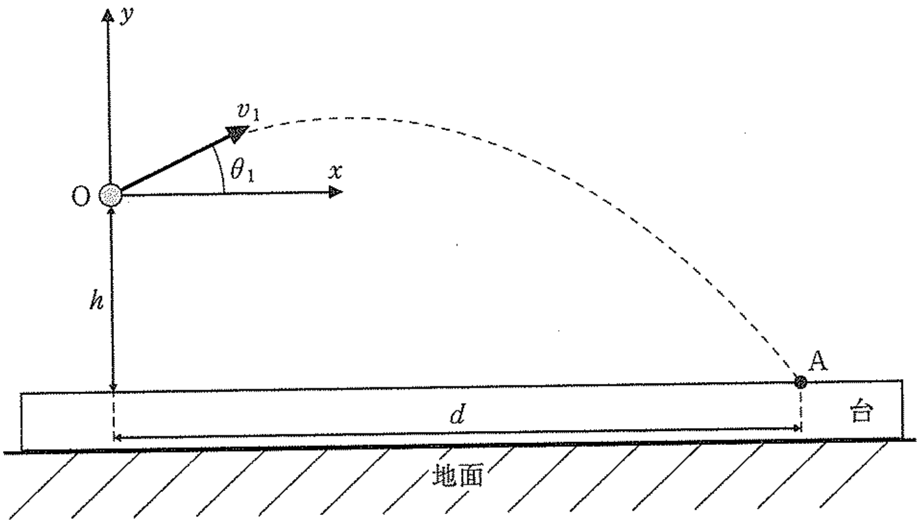


図1

(1) h を，v_1，g，θ_1，d を用いて表せ。

【Ⅱ】 図2に示すように，$x = d$ の位置に，台に鉛直に固定された壁がある場合を考える。原点Oから小球を，x 軸方向と角度 θ_2，速さ v_2 で斜め上方に打ち出したところ，小球は台上に落下することなく壁に衝突した。小球が打ち出された時刻を $t = 0$ とする。台は地面に固定されており，$0^\circ < \theta_2 < 90^\circ$ とする。また，壁は十分に高く，小球が壁を越えることはないものとする。

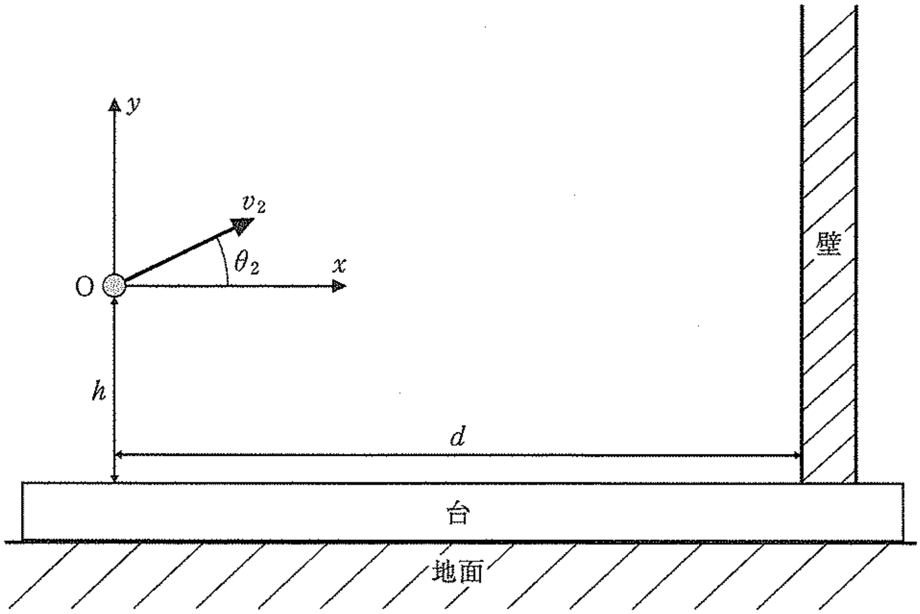


図2

(2) 小球が台上に落下する前に壁に衝突するために，小球が打ち出された直後の速さ v_2 が満たすべき条件は，

$$v_2 \boxed{\quad(ア)\quad} \frac{d}{\cos\theta_2}\sqrt{\frac{g}{\boxed{\qquad(イ)\qquad}}}$$

となる。空欄 $\boxed{(ア)}$ と $\boxed{(イ)}$ を埋め，式を完成させよ。空欄 $\boxed{(ア)}$ については，以下の選択肢の①または②のどちらか適切な番号を選び，解答欄に記入せよ。空欄 $\boxed{(イ)}$ については，適切な式を，g，θ_2，d，h のうち必要なものを用いて解答欄に記入せよ。

(ア)の選択肢　①　<　②　>

【Ⅲ】 図3に示すように，$x=d$ の位置に，台に鉛直に固定された壁がある場合を考える。原点Oから小球を，x 軸方向と角度 θ_3，速さ v_3 で斜め上方に打ち出したところ，小球は台上に落下することなく壁に垂直に衝突し，はね返って，x 軸上 $(y=0)$ まで戻って来た。小球が打ち出された時刻を $t=0$ とし，壁と小球の間の反発係数を $e(0<e<1)$ とする。また，台は地面に固定されており，$0°<\theta_3<90°$ とする。

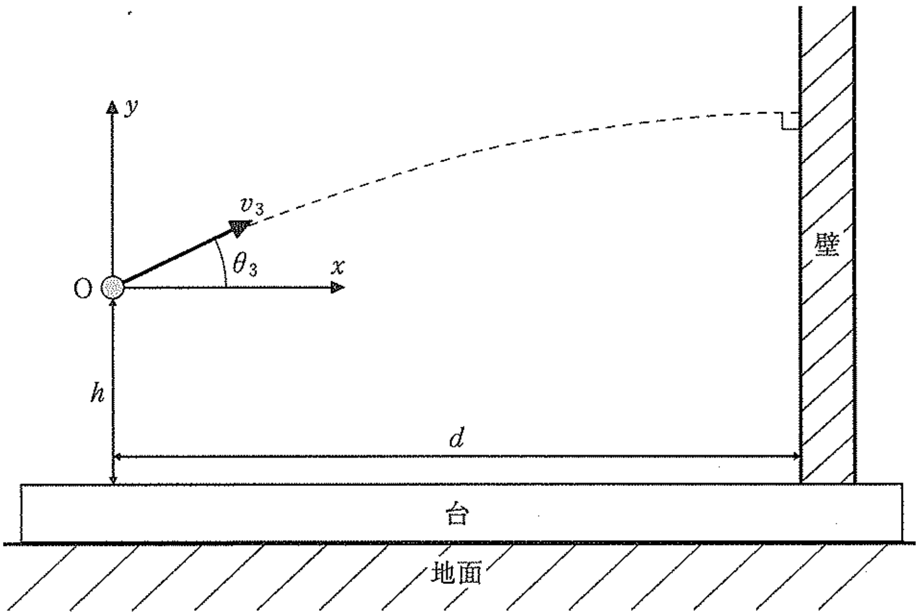


図3

(3) 小球を打ち出した直後の小球の運動エネルギーを，v_3，m を用いて表せ。

(4) 小球が壁ではね返った直後の小球の速度の x 成分を，v_3，g，θ_3，d，e のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 小球が壁から受けた力積の大きさを，v_3，g，θ_3，d，e，m のうち必要なものを用いて表せ。

(6) 小球と壁の接触時間が Δt であったとして，小球が壁から受けた平均の力の大きさを，v_3，g，θ_3，d，e，m，Δt のうち必要なものを用いて表せ。

(7) 小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの，小球の速度の y 成分，および小球の x 座標を，v_3，θ_3，d，e のうち必要なものを用いて表せ。

(8) 小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの小球の運動エネルギーを，v_3，θ_3，d，e，m のうち必要なものを用いて表せ。

(9) 小球を打ち出した直後の小球の運動エネルギーと，小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの小球の運動エネルギーの関係について述べた以下の文章①～③のうち，適切な文章を1つ選び，その番号を解答欄に記入せよ。

① 小球を打ち出した直後の小球の運動エネルギーは，小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの小球の運動エネルギーと等しい。

② 小球を打ち出した直後の小球の運動エネルギーは，小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの小球の運動エネルギーよりも小さい。

③ 小球を打ち出した直後の小球の運動エネルギーは，小球が壁ではね返り x 軸上 $(y=0)$ に戻ったときの小球の運動エネルギーよりも大きい。

【Ⅳ】 図4に示すように，$x=d$ の位置に，台に鉛直に固定された壁があり，台と壁が一緒に地面に対して等加速度運動している場合を考える。台の加速度は右向き(x 軸正の向き)で，その大きさは重力加速度と同じ g である。また，原点Oは台に対して固定されている。その台上で，台上にいる観測者から見て，x 軸方向と角度45°，速さ v_4 で，原点Oから小球を斜め上方に打ち出したところ，小球は台上に落下する前に壁に衝突した。小球が打ち出された時刻を $t=0$ とする。

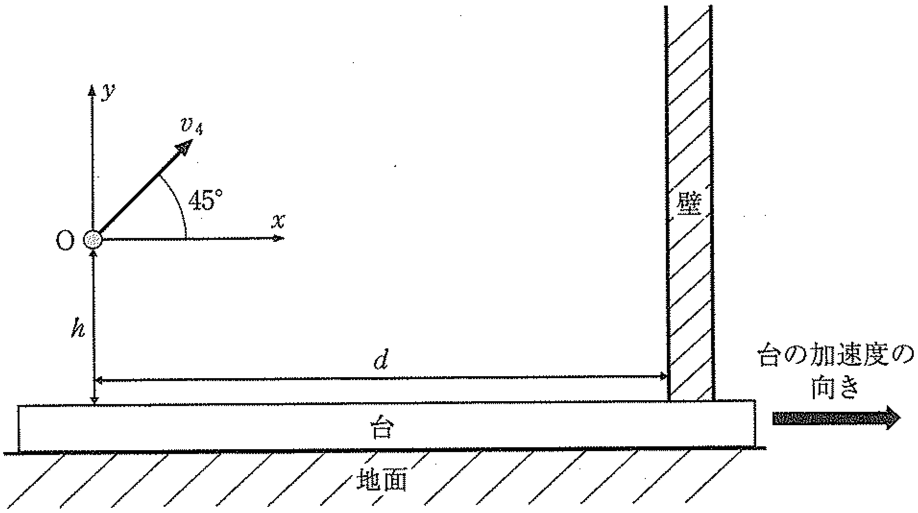


図4

(10) 小球が壁に衝突する時刻を，v_4，g，d を用いて表せ。

(11) 小球が壁に衝突するために，小球が打ち出された直後の速さ v_4 が満たすべき条件は，

$$v_4 \boxed{(ウ)} \boxed{(エ)}$$

となる。空欄 $\boxed{(ウ)}$ と $\boxed{(エ)}$ を埋め，式を完成させよ。空欄 $\boxed{(ウ)}$ については，以下の選択肢の①または②のどちらか適切な番号を選び，解答欄に記入せよ。空欄 $\boxed{(エ)}$ については，適切な式を，g，d，h のうち必要なものを用いて解答欄に記入せよ。

(ウ)の選択肢　① $<$　② $>$

2 以下の問(1)〜(10)に答えよ。ただし，必要であれば次の式を用いよ。

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$$

【Ⅰ】 図1のように交流電源とインダクタンス L[H]のコイルを導線で接続した回路を考える。電源に振幅 V_0[V]の電圧 $V_0\sin\omega t$[V]の交流電源を用いたとき，コイルに $\dfrac{V_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$[A]の電流が流れた。ただし，$\omega$[rad/s]は角周波数，$t$[s]は時刻をそれぞれ表しており，導線とコイルの抵抗は無視できるとする。

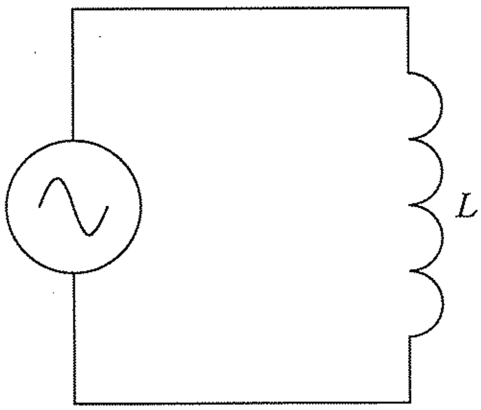


図1

(1) コイルでの消費電力 P_{L}[W]を，$P_{\mathrm{L}} = -\boxed{\text{(a)}}\sin 2\omega t$[W]と表したとき，$\boxed{\text{(a)}}$ に入る適切な式を求めよ。

(2) $0 \leqq t \leqq T$[s] $\left(T=\dfrac{2\pi}{\omega}\right)$ の範囲での P_{L} のグラフを解答欄に図示せよ。ただし，解答欄の $\boxed{\text{(a)}}$ には問(1)で求めた式が入るものとする。

(3) $0 \leqq t \leqq T$[s] $\left(T=\dfrac{2\pi}{\omega}\right)$ の範囲における P_{L} の平均値を求めよ。

【II】 図2のように交流電源，インダクタンス L[H]のコイル，抵抗値 R[Ω]の抵抗を導線で直列に接続した回路を考える。電源に角周波数 ω[rad/s]で振幅が不明な交流電源を用いたところ，回路に振幅 I_0[A]の交流電流 $I_0 \sin \omega t$ [A]が流れた。ただし，導線とコイルの抵抗は無視できるとする。

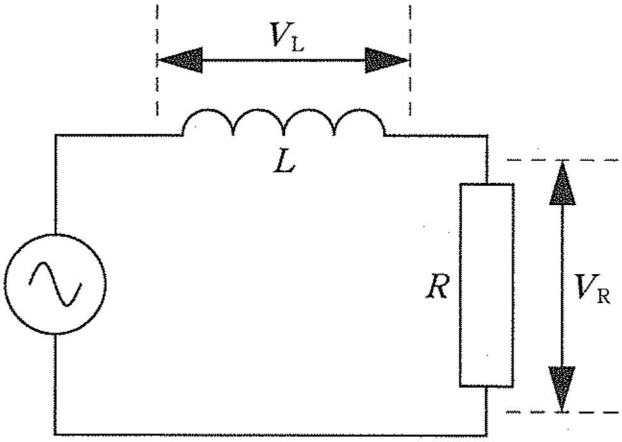


図2

(4) 抵抗の両端の電圧 V_R を I_0, R を用いて表せ。

(5) コイルの両端の電圧 V_L を I_0, L, ω を用いて表せ。

(6) 回路に加えた電源の交流電圧を $V_m \sin(\omega t + \theta)$ [V]と表すとき，振幅 V_m [V] と $\tan\theta$ を I_0, R, L, ω のうち必要なものを用いて表せ。

次に時刻 t における抵抗とコイルで消費する電力の和 P_{RL} [W]を調べてみる。そこで以下の問(7)〜(9)では，最も簡単な例として仮想的な数値 $R = 1$ Ω, $\omega = 1$ rad/s, $L = 1$ H, $I_0 = 1$ A を用いることとする。

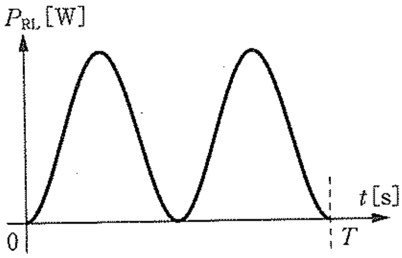
(7) P_{RL} は

$$P_{RL} = \frac{1}{\boxed{\text{(b)}}} + \frac{\boxed{\text{(d)}}}{\sqrt{\boxed{\text{(c)}}}} \cos\left(\boxed{\text{(e)}}\, t + \frac{1}{\boxed{\text{(f)}}}\pi\right) \text{[W]}$$

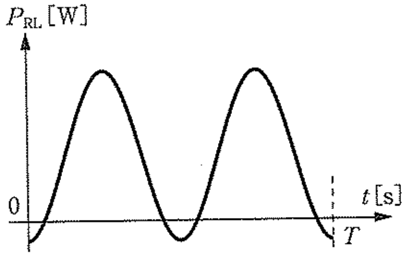
と表される。

空欄 $\boxed{\text{(b)}}$ 〜 $\boxed{\text{(f)}}$ に入る適切な数値を答えよ。ただし，数値は1桁の整数とする。

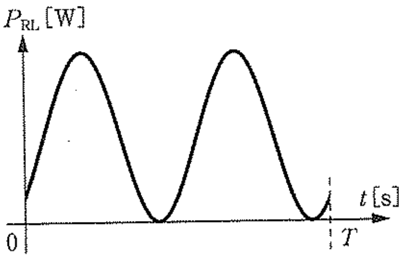
(8)　$0 \leqq t \leqq T$[s]　$\left(T = \dfrac{2\pi}{\omega}\right)$の範囲で$P_{RL}$を示すグラフとして最も適切なグラフを選択肢(ア)〜(ク)の中から選べ。



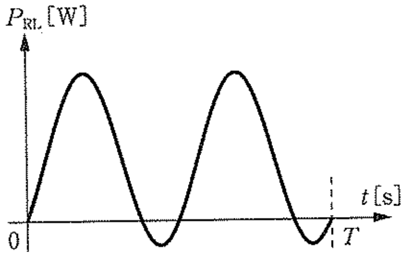
(ア)



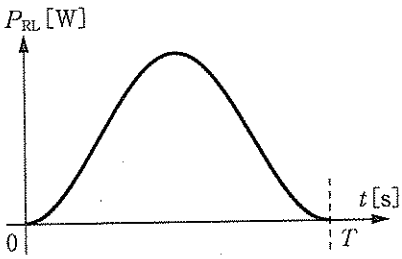
(イ)



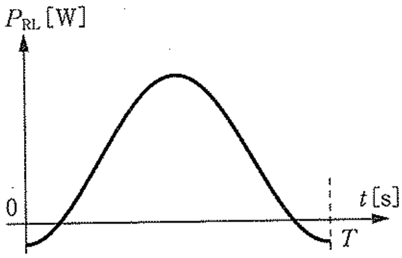
(ウ)



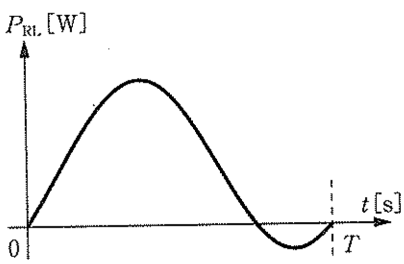
(エ)



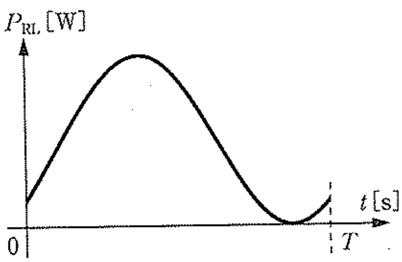
(オ)



(カ)



(キ)



(ク)

(9) $0 \leqq t \leqq T$[s] $\left(T = \dfrac{2\pi}{\omega}\right)$の範囲における$P_{RL}$の平均値について述べている以下の文章の空欄 $\boxed{\text{(g)}}$ と $\boxed{\text{(h)}}$ に入る数値を答えよ。ただし，数値は1桁の整数とし，$\boxed{\text{(c)}}$ ～ $\boxed{\text{(f)}}$ には問(7)で求めた数値が入るものとする。

P_{RL}の第2項 $\dfrac{\boxed{\text{(d)}}}{\sqrt{\boxed{\text{(c)}}}}\cos\left(\boxed{\text{(e)}}\,t + \dfrac{1}{\boxed{\text{(f)}}}\pi\right)$の

$0 \leqq t \leqq T$[s]の範囲での平均は $\boxed{\text{(g)}}$ となる。よって，P_{RL}の平均値は $\dfrac{1}{\boxed{\text{(h)}}}$ となる。

【Ⅲ】 以下の文章(あ)～(う)は，図1と図2の回路で電源に交流電源を用いた際の抵抗およびコイルでの消費電力に関して述べた文章である。

(10) 次の文章(あ)～(う)の中の選択肢①または②のどちらか適切な番号を選択せよ。

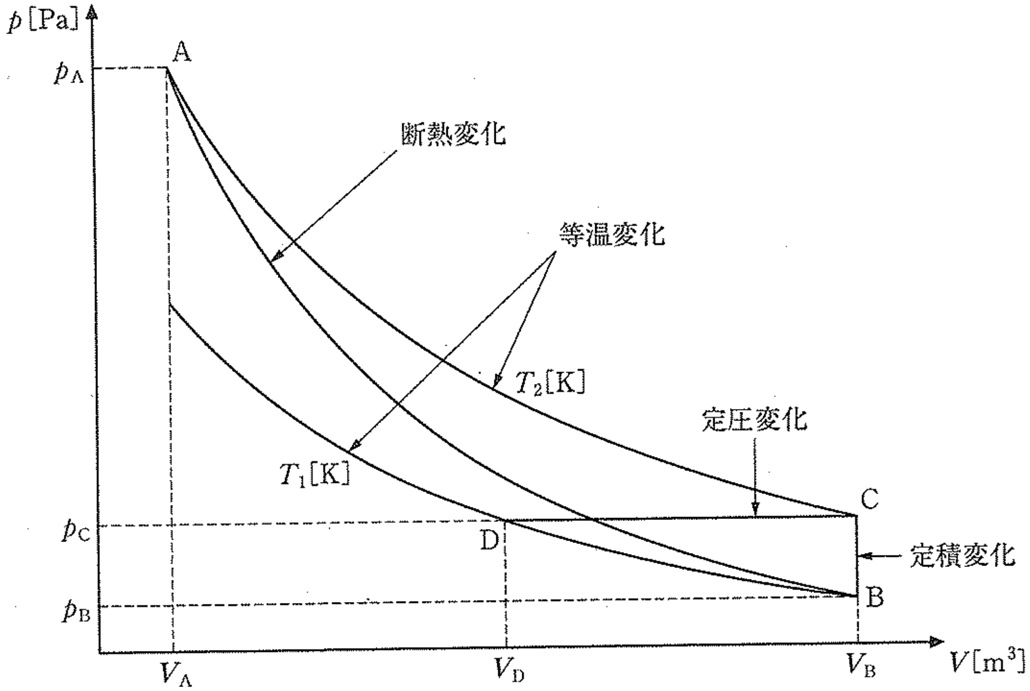
(あ) 図1の回路より図2の回路の方が回路全体の消費電力の1周期での時間平均は[① 大きく ② 小さく]なる。

(い) I_0が一定という条件のもと，図2の回路で電源の交流電圧の周波数が大きくなるとP_{RL}の最大値は[① 大きく ② 小さく]なる。

(う) 図1の回路でコイルが蓄えたエネルギーが電源に[① 戻ることはない ② 戻ることがある]。

3 図はn[mol]の理想気体に対して，圧力p[Pa]を縦軸に，体積V[m^3]を横軸に表示したp-Vグラフである。図中の実線は，温度T_1[K]，T_2[K]における等温変化($T_2 > T_1$)，断熱変化，定積変化，および定圧変化を表す。状態A，B，Cにおける気体の圧力をそれぞれp_A，p_B，p_C，状態A，B，Dにおける気体の体積をそれぞれV_A，V_B，V_Dとする。

物質1 molの温度を1 K高めるのに必要な熱量をモル比熱という。体積一定，圧力一定のもとでのモル比熱をそれぞれ定積モル比熱，定圧モル比熱といい，それぞれ，C_V[J/(mol·K)]，C_p[J/(mol·K)]で表す。気体の比熱，および比熱比$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$は分子の構造を反映するため，熱現象を通して分子レベルで起きていることを理解するために重要な量である。以下の問(1)〜(9)に答えよ。なお，気体定数はR[J/(mol·K)]とする。



図

【I】 以下のような異なる経路による状態変化において，気体が受け取る熱と外部に対してする仕事を考える。

(1) 気体の状態をBからCへ定積変化させるときに気体が受け取る熱 Q_{BC}[J]を T_1, T_2, n, C_V を用いて表せ。

(2) 気体の状態をDからCへ定圧変化させるときに気体が受け取る熱 Q_{DC}[J]を T_1, T_2, n, C_p を用いて表せ。

(3) 気体の状態をDからCへ定圧変化させるときに気体が外部に対してする仕事 W_{DC}[J]を p_C, V_B, V_D を用いて表せ。

(4) 気体の状態をDからBへ等温変化させ，続いてBからCへ定積変化させた。このD→B→Cの状態変化における気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{DBC}[J]と，Q_{BC} との間に成り立つ関係式を求めよ。

(5) 気体の状態をDからBへ等温変化させ，続いてBからCへ定積変化させたときのD→B→Cの状態変化における内部エネルギーの変化と，気体の状態をDからCへ定圧変化させたときの内部エネルギーの変化は等しいことから，W_{DC} を Q_{DC} と Q_{BC} を用いて表せ。

(6) 問(5)で得られた結果に問(1), (2), (3)の結果を代入すると，

$$p_C(V_B - V_D) = \boxed{(ア)}$$

となる。空欄 $\boxed{(ア)}$ に入る適切な式を T_1, T_2, n, C_p, C_V を用いて表せ。

(7) 状態Cと状態Dにおける気体の体積 V_B, V_D を，理想気体の状態方程式を用いてそれぞれの温度と圧力により表すと，その差は，

$$V_B - V_D = \boxed{(イ)}$$

となる。空欄 $\boxed{(イ)}$ に入る適切な式を p_C, T_1, T_2, n, R を用いて表せ。

(8) 問(6), (7)の結果から C_p を C_V と R を用いて表せ。

【II】 問(1), (2)より C_V, C_p を求め，これより比熱比 γ を求めるためには，正確な熱量と温度の測定が必要である。これに対して，以下の文章に示すように，圧力だけの測定により簡単に気体の比熱比を測定する方法がある。

(9) 次の文章中の空欄 $\boxed{\text{(ウ)}}$ から $\boxed{\text{(カ)}}$ に入る適切な式を，p_{A}, p_{B}, p_{C} のうち必要なものを用いて表せ。

最初に，気体の状態を断熱的にAからBへ変化させる。次に，体積一定のまま温度が状態Aと同じになるまで気体に熱を加えて，気体の状態をBからCへ変化させる。この変化における状態A，状態B，状態Cのそれぞれの圧力 p_{A}, p_{B}, p_{C} の測定値より次のようにして比熱比が求められる。

状態Aから状態Bへの断熱変化では，pV^{γ} が一定であることから

$$\left(\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}\right)^{\gamma} = \boxed{\text{(ウ)}}$$

となる。また，状態Cと状態Aが同じ温度であることから，

$$\frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}} = \boxed{\text{(エ)}}$$

となる。これらの結果より V_{A}, V_{B} を消去すると，

$$\left(\boxed{\text{(オ)}}\right)^{\gamma} = \boxed{\text{(カ)}}$$

となり，この関係から γ が求められる。