

'19

前期日程

理 科

(医学部医学科)

注 意 事 項

問題(①から⑦)の全てに解答してください。

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は1冊(31頁)、解答用紙は7枚、下書用紙は3枚です。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。
3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。
5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰って下さい。

- 1 図1のように、水平な床面上に、質量 M の台が置かれ、さらにその上に、質量 m の小球が置かれている。台は、厚さと材質が均一な底板と壁からできている。台の底板は水平であり、両端の壁は底板に対して垂直であり、左右の壁の間の距離は $2l$ である。台と小球は、水平方向にのみ運動するとし、また、小球の大きさは無視できるとする。床上に右向きを正の向きとして x 軸をとる。台の位置は、両端の壁から距離 l の位置の x 座標、すなわち、台の重心の x 座標で表す。床、台、小球の間に摩擦はなく、空気抵抗は無視できるとする。以下の問(1)~(4)に答えよ。

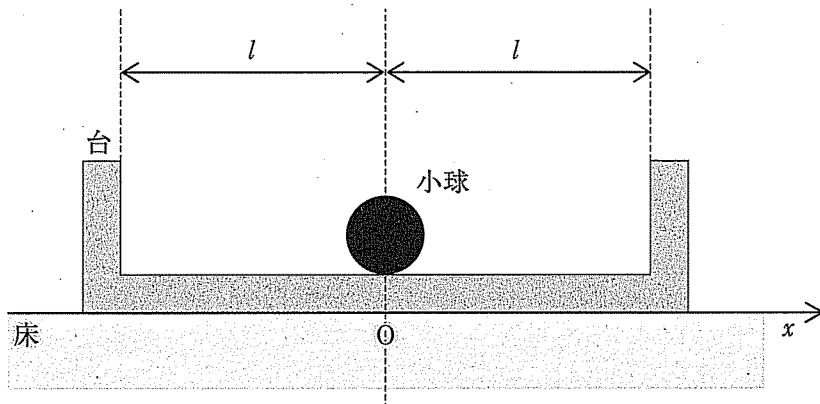


図1

- 【I】 以下の問(1)~(8)では、台は床に固定されていないものとする。

最初、台と小球の位置はどちらも $x = 0$ とし、小球のみを x 軸の正の向きに初速度の大きさ v ($v > 0$) で打ち出した。小球を打ち出した直後、台は静止したままであった。台の壁と小球の間の反発係数を e ($0 < e < 1$) とする。以下の問(1)~(8)について、 M , m , e , v , l のうち必要なものを用いて答えよ。

小球は運動を開始した後、右側の壁に衝突した(1回目の衝突)。以下の問(1)~(4)に答えよ。

- (1) 1回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。
- (2) 1回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。
- (3) 1回目の衝突直後の小球が、床に対して、 x 軸の負の向きに進むためには、小球の質量 m が

$$m < \boxed{}$$

を満たさなければならない。空欄 $\boxed{}$ に入る適切な式を答えよ。

- (4) 1回目の衝突直後における小球と台の力学的エネルギーの和は、衝突の直前と比べて減少する。その減少の大きさを求めよ。

1回目の衝突の後、小球は台の左側の壁に衝突した(2回目の衝突)。以下の問(5)~(7)に答えよ。

- (5) 1回目の衝突直後から2回目の衝突直前の間に、台が床面上を移動した距離を求めよ。
- (6) 2回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。
- (7) 2回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。

さらに、小球が台の左右の壁と衝突を繰り返した。以下の問(8)に答えよ。

- (8) 衝突を繰り返すと、小球と台の床に対する速度は同じ値に近づいていく。その値を求めよ。

- 【II】 図2に示すように、小球と両端の壁の間を、質量の無視できるばね2本でつないだ。ばねは両方とも、ばね定数は k 、自然長は l とする。ここで、台と小球の位置がどちらも $x = 0$ のとき、ばねは、どちらも自然長の状態となる。また、小球の変位は、ばねの自然長に比べて十分小さく、小球が両端の壁に衝突することはないものとする。

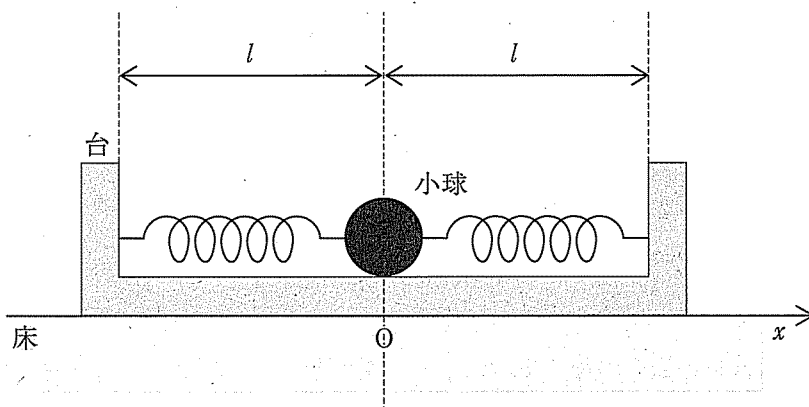


図2

以下の問(9)~(11)では、台を $x = 0$ の位置に固定している。

小球を $x = d$ ($d > 0$)の位置から、初速度の大きさ0で運動を開始させたところ、小球は水平方向に振動した。以下の問(9)~(11)について、 m 、 k 、 d のうち必要なものを用いて答えよ。

- (9) 小球の位置が $x = d$ のとき、左右のばねが小球に及ぼす力の合力の大きさと向きを求めよ。向きは、「 x 軸正の向き」、「 x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。
- (10) 小球が $x = 0$ を通過するときの、床に対する小球の速さを求めよ。
- (11) 小球の振動の周期を求めよ。

次に、台の固定を外し、台が床面上を運動できるようにする。

小球を $x = d$ の位置から、台を $x = 0$ の位置から、ともに初速度の大きさ 0 で、同時に運動を開始させた。以下の問(12)~(14)に答えよ。

- (12) 小球と台の位置が一致したときの、床に対する小球と台の速さを、それぞれ、 M , m , d , k を用いて表せ。
- (13) 小球の位置が $x = X$ のときの、台の位置を、 M , m , d , X を用いて表せ。
- (14) 小球の位置が $x = X$ のときの、床に対する小球の加速度を、 M , m , d , k , X を用いて表せ。

2

以下の【I】、【II】について設問に答えよ。ただし、座標の単位はメートル(m)とする。

【I】 真空中に図1のように位置 $(r, 0, 0)$ に電気量が Q [C]の荷電粒子A、位置 $(a^2r, 0, 0)$ に電気量が $-aQ$ [C]の荷電粒子Bが置かれている。ただし $r > 0$ 、 $Q > 0$ 、 $a > 1$ である。また、位置 $(ar, 0, 0)$ に点S、位置 $(0, ar, 0)$ に点Tをとる。クーロンの法則の比例定数を k [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$]とし、地磁気および重力の影響は無視できるものとする。また、無限遠点を電位の基準点(電位0)とする。以下の問いに答えよ。

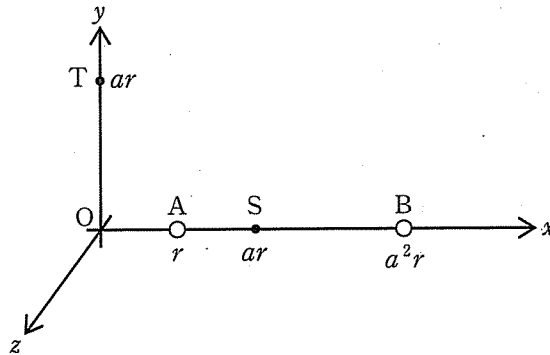


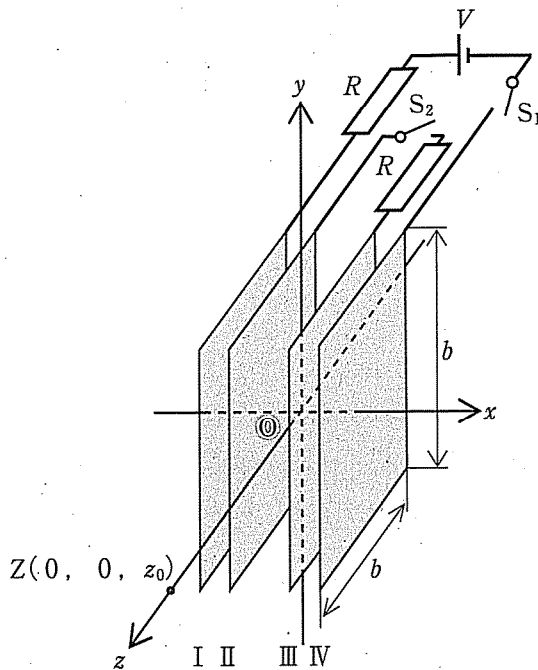
図1

- (1) 点Sの電位を求めよ。
- (2) 点Sにおける電場の大きさと向きを求めよ。向きは「 x 軸正の向き」、 $「x$ 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。
- (3) 無限遠点以外で電位が0の等電位面は球面となる。その球面の半径と中心の座標を求めよ。

さらに、点Tに電気量 q [C]の荷電粒子Pを置く。ただし $q > 0$ である。

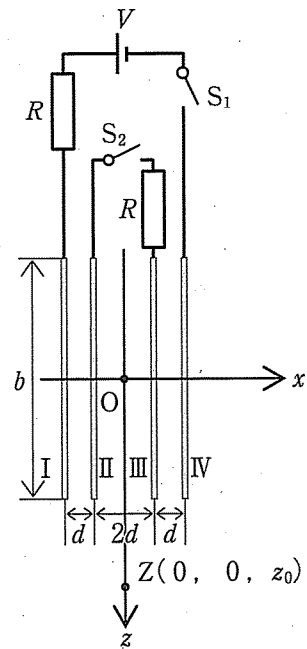
- (4) 点Tにある荷電粒子Pが、荷電粒子A、Bから受けるクーロン力の合力の x 成分、 y 成分、 z 成分を求めよ。
- (5) 次に、荷電粒子Pを点Tから原点Oまで移動させた。この間に荷電粒子A、Bからのクーロン力の合力が荷電粒子Pにした仕事を求めよ。

【II】 真空中に図2および図3に示すように、一辺の長さが b [m]の正方形の薄い平板状の4枚の極板, I, II, III, IVが yz 平面に平行に, 極板の中心が x 軸上にあるように置かれている。各極板間の間隔は, IとIIの間, および, IIIとIVの間が d [m], IIとIIIの間が $2d$ [m]となっており, 座標軸の原点 O は極板IIと極板IIIから等距離の位置にある。極板IとIVはスイッチ S_1 と抵抗 R [Ω]を含む回路で電圧 V [V]の直流電源につながれている。また極板IIと極板IIIはスイッチ S_2 と抵抗 R [Ω]を含む回路でつながれている。各平板電極が作る電場は, 各電極にはさまれた領域以外にはもれ出ておらず, 領域の端の近くでも極板に垂直であり, 極板間に誘電体を挿入したとしても同様であるとする。また, 真空の誘電率は ϵ_0 [$C^2/(N \cdot m^2)$]であり, 地磁気および重力の影響は無視できるものとする。



見取り図

図2



y 軸方向から見た図

図3

最初、スイッチ S_1 , S_2 はともに開いており、また各極板は帯電していなかった。スイッチ S_1 のみを閉じ、電荷が蓄えられるのに十分な時間が経過した後、スイッチ S_1 を開いた。以下の問(6), (7)に答えよ。

- (6) 極板 I と極板 II の間の電位差を求めよ。
- (7) 極板 III と極板 IV の間の電場の大きさを求めよ。

z 軸上 $(0, 0, z_0)$ の位置に点 Z をとる。ただし $z_0 > \frac{b}{2}$ である。質量 m [kg], 電気量 q [C] ($q > 0$) で、大きさを無視できる荷電粒子を、点 Z から z 軸負の向きに初速度の大きさ v_0 [m/s] で射出したところ、荷電粒子は極板に衝突することなく、極板 II と極板 III の間の領域を通り抜けた。射出した荷電粒子による極板が作る電場への影響はないとして、荷電粒子が極板間の領域を通り抜けた直後、すなわち荷電粒子の z 座標が $z = -\frac{b}{2}$ となったときについて、以下の問(8), (9)に答えよ。

- (8) このときの荷電粒子の x 座標を、 b, d, m, q, v_0, V を用いて表せ。
- (9) このときの荷電粒子の速度の大きさを、 b, d, m, q, v_0, V を用いて表せ。

次に、スイッチ S_1 を開いたままの状態、極板 I と極板 II の間、および極板 III と極板 IV の間の領域を満たすように、底面が極板と同じ一辺 b の正方形で厚さ d の板状の誘電体を 1 枚ずつ挿入した。ただし、誘電体の比誘電率は ϵ_r である。以下の問(10), (11)に答えよ。

- (10) 極板 I と極板 II の間の電位差を求めよ。

- (11) 質量 m , 電気量 q で, 大きさを無視できる荷電粒子を, 点 Z から z 軸負の向きに, 初速度の大きさ v_1 [m/s] で射出する。荷電粒子が極板に衝突することなく, 極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜けるためには,

$$v_1 > \boxed{\text{(ア)}}$$

である必要がある。 $\boxed{\text{(ア)}}$ に入る最も適切な式を b, d, m, q, V を用いて表せ。なお, 射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとする。

続いて, 極板Ⅰと極板Ⅱの間, および極板Ⅲと極板Ⅳの間の誘電体は挿入したままで再びスイッチ S_1 を閉じた。以下の問(12)に答えよ。

- (12) 十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

さらに, スイッチ S_1 を閉じた状態のままスイッチ S_2 も閉じた。以下の問(13)~(16)に答えよ。

- (13) スイッチ S_2 を閉じた直後, 極板Ⅱと極板Ⅲをつなぐ回路に電流が流れた。この電流はどちら向きに流れたか。以下の(a), (b)より適切なものを選び, 記号で答えよ。

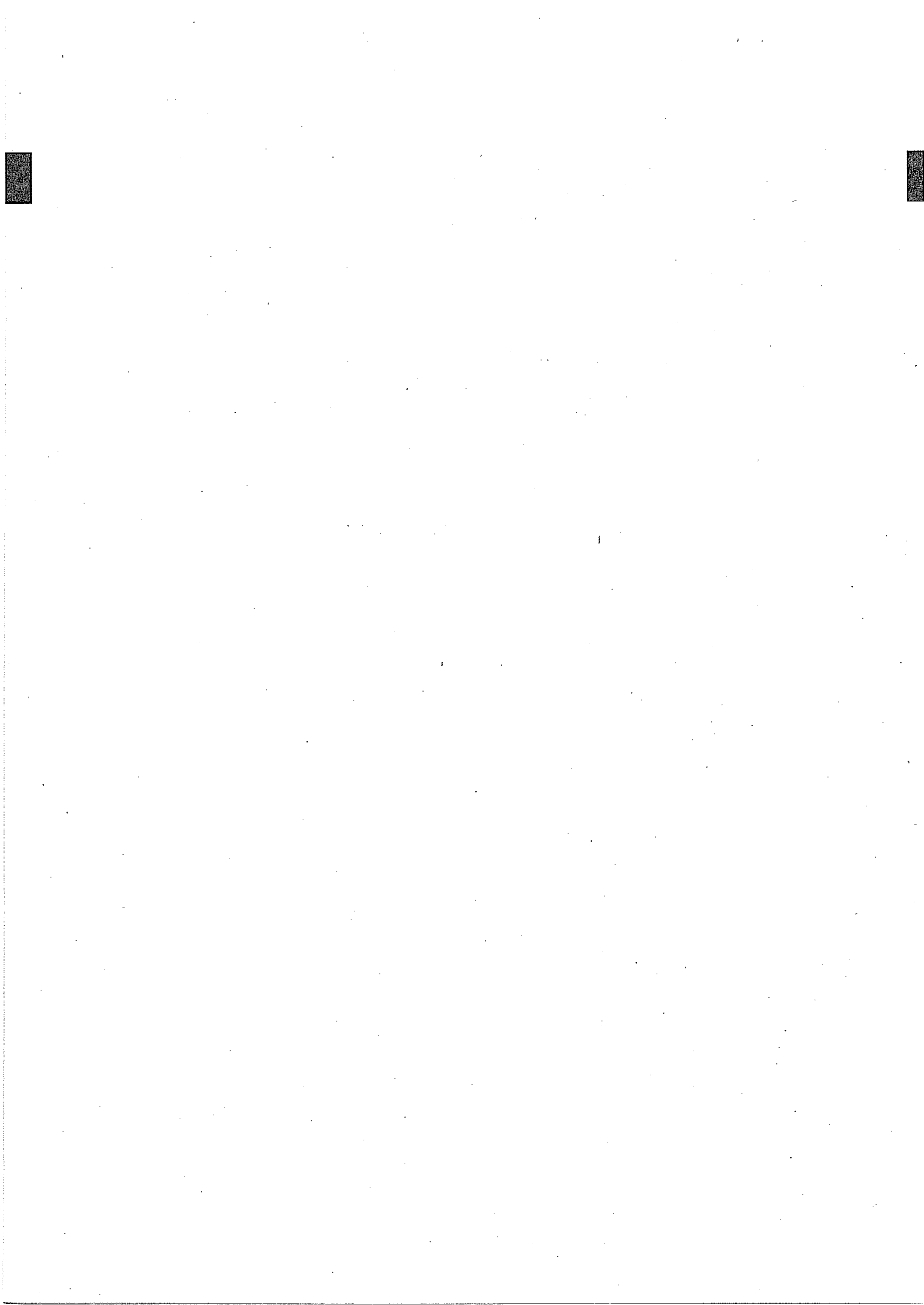
- (a) 極板Ⅱから極板Ⅲの向きに流れた。
(b) 極板Ⅲから極板Ⅱの向きに流れた。

- (14) スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

- (15) スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱで構成されるコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを, $\epsilon_0, \epsilon_r, b, d, V$ を用いて表せ。

(16) スイッチ S_2 を閉じて十分時間が経過した後、質量 m 、電気量 q で、大きさを無視できる荷電粒子を、点 Z から z 軸負の向きに、問(11)で求めた (ア) に等しい大きさの初速度で射出する。射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとして、このときの荷電粒子の軌道についての説明として適切なものを、以下の(a)~(e)より1つ選び、記号で答えよ。

- (a) 極板Ⅱに近づくように曲がり、極板Ⅱに衝突する。
- (b) 極板Ⅱに近づくように曲がるが、極板Ⅱに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。
- (c) 極板Ⅲに近づくように曲がり、極板Ⅲに衝突する。
- (d) 極板Ⅲに近づくように曲がるが、極板Ⅲに衝突することなく極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。
- (e) z 軸上を直進し、極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜ける。



3

図1のように、断熱材で作られた箱の中に密度 ρ [kg/m³] の液体があり、そこに円筒形の容器が底面を上にして浮かんでいる。容器の底面は水平に、側面は鉛直に保たれている。容器の内側には単原子分子理想気体が n [mol] 入っていて、その重さは無視できる。容器の外側には十分希薄な気体があり、その圧力および熱容量は無視できる。箱の底にはヒーターがついていて、液体の温度と容器の内側の気体の温度を調整できる。

容器の質量は m [kg]、底面積は S [m²] で、容器の底面と側面の厚さは無視できる。図1のように、最初、容器外の液面から容器の底面までの高さは h [m] であった。

重力加速度の大きさを g [m/s²]、気体定数を R [J/(mol·K)] とする。単原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ である。以下では、容器の内側の気体の、重力による位置エネルギーの変化は無視できる。液体は蒸発せず、液体の体積は一定である。

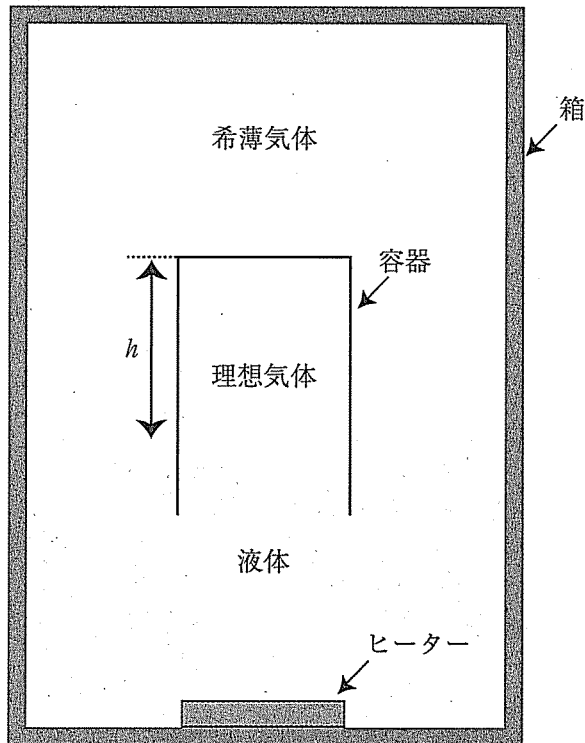


図1

- (1) 容器にはたらく力について、鉛直方向に関しては、容器の内側の気体が容器の底面を押す力と容器にはたらく重力が、つり合っている。容器の内側の気体の圧力を求めよ。
- (2) 容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。
- (3) 容器の内側の気体の温度を求めよ。

次に、液体の温度と容器の内側の気体の温度を等しく保ちながら、両者の温度をある温度になるまでゆっくり上昇させた。すると、円筒形の容器が鉛直に上昇し、容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \Delta h$ [m] の状態で静止して、図 2 の状態になった。その間、容器の内側の気体はすべて容器に閉じ込められたままであった。

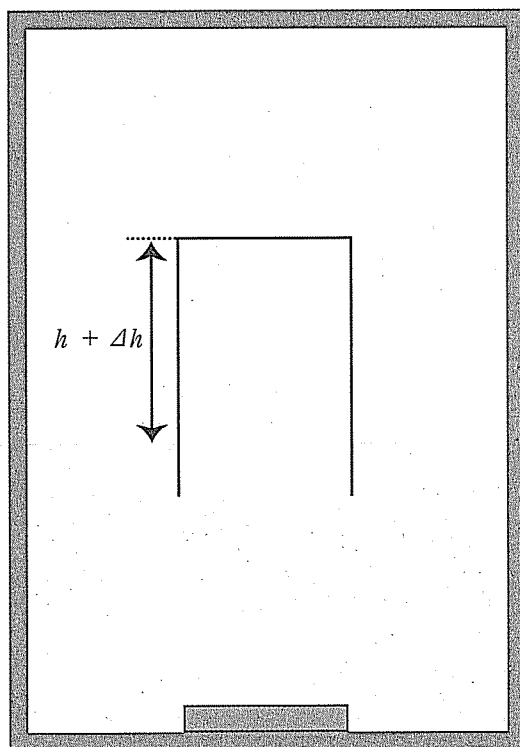


図 2

- (4) 容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \Delta h$ の状態における，容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

以下の問(5)~(9)では，容器外の液面から容器の底面までの高さが h から $h + \Delta h$ まで変わる状態変化について答えよ。

- (5) この状態変化における，容器のもつ重力による位置エネルギーの変化の大きさを求めよ。
- (6) この状態変化において，容器の内側の気体がした仕事の大きさを求めよ。
- (7) この状態変化における，容器の内側の気体の温度の変化の大きさを求めよ。
- (8) この状態変化における，容器の内側の気体の内部エネルギーの変化の大きさを求めよ。
- (9) この状態変化において，容器の内側の気体が受け取った熱量の大きさを求めよ。

