平成 18 年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　　学

理　学　部
医　学　部
　医　学　科
薬　学　部
工　学　部

（注　意）

1　問題紙は指示のあるまで開かないこと。

2　問題紙は本文 2 ページであり，答案用紙は 4 枚である。

3　答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，**網かけの部分や裏面には記入しないこと。**

4　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 条件 $x_1 = 1,\ x_{n+1} = x_n + 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ によって定められる数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 条件 $y_1 = \dfrac{4}{3},\ \dfrac{1}{y_{n+1}} = \dfrac{4}{y_n} + \dfrac{3}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ によって定められる数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ をそれぞれ (1), (2) の数列とする。
2つのベクトル $\overrightarrow{a_n} = \left(16 - \dfrac{1}{x_n},\ \dfrac{16}{x_n} - 1\right)$, $\overrightarrow{b_n} = \left(\dfrac{x_n}{4},\ \dfrac{1}{y_n}\right)$ が垂直であるときの正の整数 n の値を求めよ。

$\boxed{2}$ xy 平面上の円 $C : x^2 + y^2 = 3$ 上に 2 点 $\mathrm{A}(0, \sqrt{3})$, $\mathrm{B}(0, -\sqrt{3})$ がある。点 $\mathrm{P}(0, \sqrt{2})$ を通る直線と円 C の交点を Q, R とする。ただし，点 R は第 1 象限にあり，$\angle\mathrm{APR} = \theta \ \left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 原点 O から線分 QR へ垂線をひき QR との交点を S とする。線分 OS, QR の長さをそれぞれ θ を用いて表せ。

(2) $\triangle\mathrm{AQB}$ と $\triangle\mathrm{ABR}$ の面積をそれぞれ T_1, T_2 とする。$T_1 = \sqrt{3}\mathrm{QP}\sin\theta$, $T_2 = \sqrt{3}\mathrm{PR}\sin\theta$ が成り立つことを示し，四角形 AQBR の面積 $S(\theta)$ を求めよ。

(3) (2) の $S(\theta)$ に対して，$2\sqrt{3} < S(\theta)$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

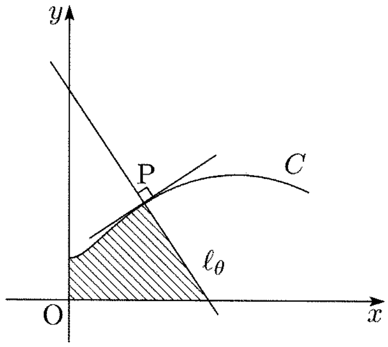
3 xy 平面上に媒介変数 t で表された曲線 $C : x = 2t - \sin t,\ y = 2 - \cos t$ がある。$t = \theta\ (0 < \theta < \pi)$ のときの点 $\mathrm{P}(2\theta - \sin\theta, 2 - \cos\theta)$ における C の法線を ℓ_θ とする。ℓ_θ と x 軸と y 軸で囲まれた三角形の面積を $S(\theta)$ とし，その三角形と曲線 C の下側にある部分との共通部分 (図の斜線部) の面積を $T(\theta)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_θ の方程式を求めよ。

(2) $S(\theta)$ を求めよ。

(3) $T(\theta)$ を求めよ。

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \frac{T(\theta)}{S(\theta)}$ を求めよ。



4 定数 a, b, c に対し，行列 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{pmatrix}$，$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，$D = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & -2c \end{pmatrix}$ が等式 $AX = XD$ を満たしている。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a, b, c の値を求めよ。

(2) 正の整数 n に対し，A^n を求めよ。

(3) (2) の A^n に対し，$A^n = \begin{pmatrix} s_n & t_n \\ u_n & w_n \end{pmatrix}$，$x_n = s_n - u_n$，$y_n = t_n - w_n$ とおく。xy 平面上の点 P_n，Q_n を $\mathrm{P}_n(x_n, x_n)$，$\mathrm{Q}_n(x_{n+1}, y_{n+1})$ と定める。3つの直線 OP_n，OQ_n，$\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$ で囲まれた部分を y 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を V_n とする。
このとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ の和を求めよ。