

# 平成 22 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

## 数 学

理 工 学 域  
数 物 科 学 類  
物 質 化 学 類  
機 械 工 学 類  
電 子 情 報 学 類  
環 境 デ ザ イ ン 学 類  
自 然 シ ス テ ム 学 類  
医 薬 保 健 学 域  
医 学 類  
薬 学 類 ・ 創 薬 科 学 類

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり，答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し，網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 座標平面において、円  $x^2 + y^2 = 1$  上の点  $P(a, b)$  ( $0 < b < 1$ ) における接線を  $l$  とし、 $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とする。点  $R(4, 0)$  と  $l$  の距離が 2 であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標  $(a, b)$  を求めよ。
- (2)  $\triangle PQR$  の面積を求めよ。

2 座標空間において、中心が  $A(0, 0, a)$  ( $a > 0$ ) で半径が  $r$  の球面

$$x^2 + y^2 + (z - a)^2 = r^2$$

は、点  $B(\sqrt{5}, \sqrt{5}, a)$  と点  $(1, 0, -1)$  を通るものとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $r$  と  $a$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P(\cos t, \sin t, -1)$  について、ベクトル  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AP}$  を求めよ。さらに内積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}$  を求めよ。
- (3)  $\triangle ABP$  の面積  $S$  を  $t$  を用いて表せ。また、 $t$  が  $0 \leq t \leq 2\pi$  の範囲を動くとき、 $S$  の最小値と、そのときの  $t$  の値を求めよ。

**3** 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & -r \\ -r & 0 \end{pmatrix}$  ( $r > 0$ ) と座標平面上の点  $P_0(-1, 2)$ ,  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $\dots$ ,  $P_n(x_n, y_n)$ ,  $\dots$  は、式

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすものとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $A^{2k}$ ,  $A^{2k+1}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。
- (2)  $x_n$ ,  $y_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ。
- (3) 線分  $P_{n-1}P_n$  の長さを  $d_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。数列  $\{d_n\}$  の初項  $d_1$  と一般項  $d_n$  を求めよ。また、無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$  が収束し、その和が 3 となるような  $r$  の値を求めよ。

**4**  $a$  ( $a > 0$ ) を定数とし、 $f(x) = 2a \log x - (\log x)^2$  とする。関数  $y = f(x)$  のグラフは、 $x$  軸と点  $P_1(x_1, 0)$ ,  $P_2(x_2, 0)$  ( $x_1 < x_2$ ) で交わっている。次の問いに答えよ。

- (1)  $x_1$ ,  $x_2$  の値を求めよ。また、 $y = f(x)$  の最大値と、そのときの  $x$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P_1$ ,  $P_2$  における  $y = f(x)$  の接線をそれぞれ  $l_1$ ,  $l_2$  とする。 $l_1$  と  $l_2$  の交点の  $x$  座標を  $X(a)$  と表すとき、 $\lim_{a \rightarrow \infty} X(a)$  を求めよ。
- (3)  $a = 1$  とするとき、 $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。