I　図1のように，物体Mとmがばねとひもでつながれ，物体mは滑車によってつり下げられていて，物体Mは台の上にのっている。物体Mの質量M〔kg〕は物体mの質量m〔kg〕より大きく，それ以外の質量はすべて無視できる。また，ひもは伸び縮みせず，滑車は摩擦なく回転しうる。ばね定数をk〔N/m〕，重力加速度の大きさをg〔m/s^2〕として，以下の問いに答えよ。ただし，問題に与えられていない量を示す文字は使用しないこと。

(1)　物体mが静止しているときの，ばねの伸びと台が物体Mにおよぼす垂直抗力の大きさを求めよ。

(2)　まず，問(1)の状態にある物体mを，ばねの伸びが無くなるまで静かにゆっくりと，そしてひもがたるまないように，真上に持ち上げた。持ち上げるのに要した仕事の量を求めよ。

(3)　つぎに，支えていた力をすばやく取り除いて，物体mを鉛直方向に落下させた。物体Mは常に動かないものとして，問(ア)，(イ)，(ウ)に答えよ。

(ア)　物体mが問(1)の位置に達したときの，物体mの加速度の大きさを求めよ。

(イ)　物体mが距離x〔m〕($x > 0$)落下したときの，物体mの速さをv〔m/s〕として，力学的エネルギーの保存を示す式を書け。

(ウ)　物体mの最長落下距離を求めよ。

(4)　実際は，物体mがある高さまで落下したとき，$M > m$であるにもかかわらず，物体Mが台から離れた。離れる直前の物体mの落下距離を求めよ。また，このようなことが起こりうる条件を式で示せ。

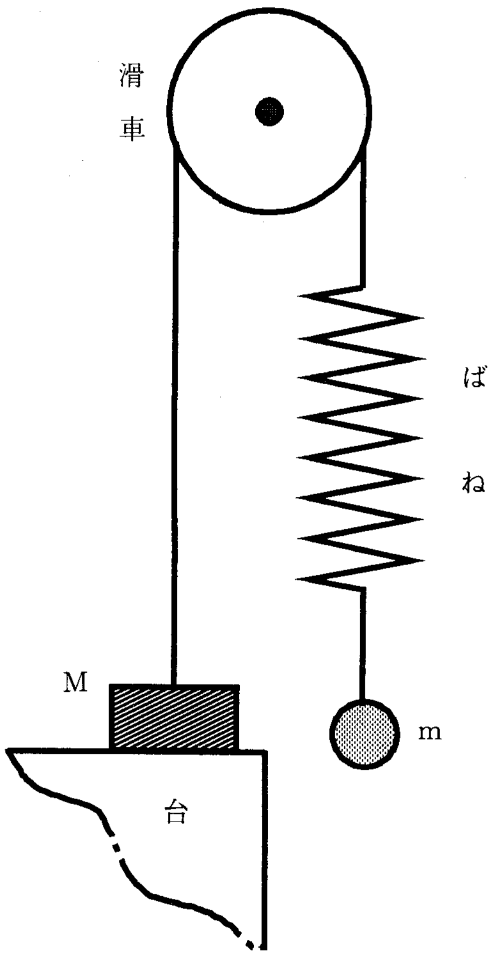

図 1

II　図2のような装置を用いて，ある金属の低温における熱容量測定を行う。この装置を冷却し，試料の温度を下げたのち，容器中を断熱にして測定する。ヒーターとして 1.00 kΩ の抵抗を用いる。この抵抗値は温度変化しないものとする。ヒーターおよび温度計のリード線，試料台を支えているナイロン糸からの熱の流入は無視できるものとする。また，試料台(温度計，ヒーターを含む)の熱容量も試料に比べて無視できるものとする。

いま，試料の温度が T_A〔K〕のときにヒーターに 1.00×10^{-3} A の電流を Δt 秒間流して電流を切る。そのとき試料の温度が T_B〔K〕になった。異なる温度における実験の結果が表1に示されている。この温度差から熱容量を求める。

次の問いに答えよ。

(1)　ヒーターの発熱量 Q〔J〕をヒーターの抵抗値 R〔Ω〕，電流値 I〔A〕および時間 Δt〔s〕を用いて示せ。

(2)　問題文に示されている数値を用いて，電流を流している時間 $\Delta t = 1.00$ 秒のときの Q〔J〕の値を求めよ。

(3)　実験結果を熱容量 C〔J/K〕と平均温度 T〔K〕(T_A と T_B の平均値)のグラフとして示せ。必要な単位，目盛りも入れること。

(4)　上のグラフから熱容量を近似的に温度 T〔K〕に比例するとして $C = aT$(a は定数)と表したときに，上のグラフから a〔J/K²〕を有効数字2桁で求めよ。

(5)　試料の温度が 2.00 K のとき，ヒーターに同じく 1.00×10^{-3} A の電流を流し続けて試料の温度を 4.00 K にした。4.00 K になるまでに要した時間は何秒か。有効数字2桁で求めよ。ただし，熱容量は上のグラフの結果の 3.00 K の値を，2.00 K から 4.00 K の間の平均値とし，温度によらない一定の値と近似して用いよ。

金属の熱容量は，金属中の自由に動き回っている電子の集まりを理想気体(自由電子気体)とみなし，その理想気体の熱容量として説明される場合がある。この理想気体の熱容量を考えよう。

いま，この理想気体を，個数 n 個の単原子分子気体として扱う。温度 T〔K〕の気体中で，1分子の運動エネルギーの平均値は次のように与えられる。

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

ここで v〔m/s〕は気体分子の速度，$k = 1.38 \times 10^{-23}$〔J/K〕はボルツマン定数，m〔kg〕は気体分子の質量である。

(6) 気体の内部エネルギーの変化を ΔU〔J〕，気体に流れ込んだ熱量を Q〔J〕，気体にされた仕事を W〔J〕とする。その間の関係式(熱力学の第一法則)を書け。

(7) この関係式と個数 n の気体の内部エネルギーから個数 n の気体の定積熱容量 C_v〔J/K〕を求めよ。

個数 n が一定の理想気体の熱容量は温度に依存しないで一定である。それに対して，実際の金属の低温における熱容量は，実験で求めたように，温度に比例する熱容量が得られた。それは自由に動き回れる電子の個数 n が，温度に比例すると考えると説明できる。問(7)で求めた式が低温で成り立つとして次の問いに答えよ。

(8) 上記問(3)の結果における 3.00 K の熱容量の値を用いて，3.00 K では自由に動ける電子数が何 mol に相当しているか，有効数字 2 桁で答えよ。ただしアボガドロ数は $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$〔$\mathrm{mol}^{-1}$〕，必要ならば気体定数 $R = N_0k = 8.31$〔J/mol・K〕の数値を用いて計算してもよい。

表 1

温度＼回数	1	2	3
T_A〔K〕	1.52	2.73	3.96
T_B〔K〕	1.62	2.83	4.06
Δt〔s〕	1.55	2.95	4.17
平均温度〔K〕	1.57	2.78	4.01

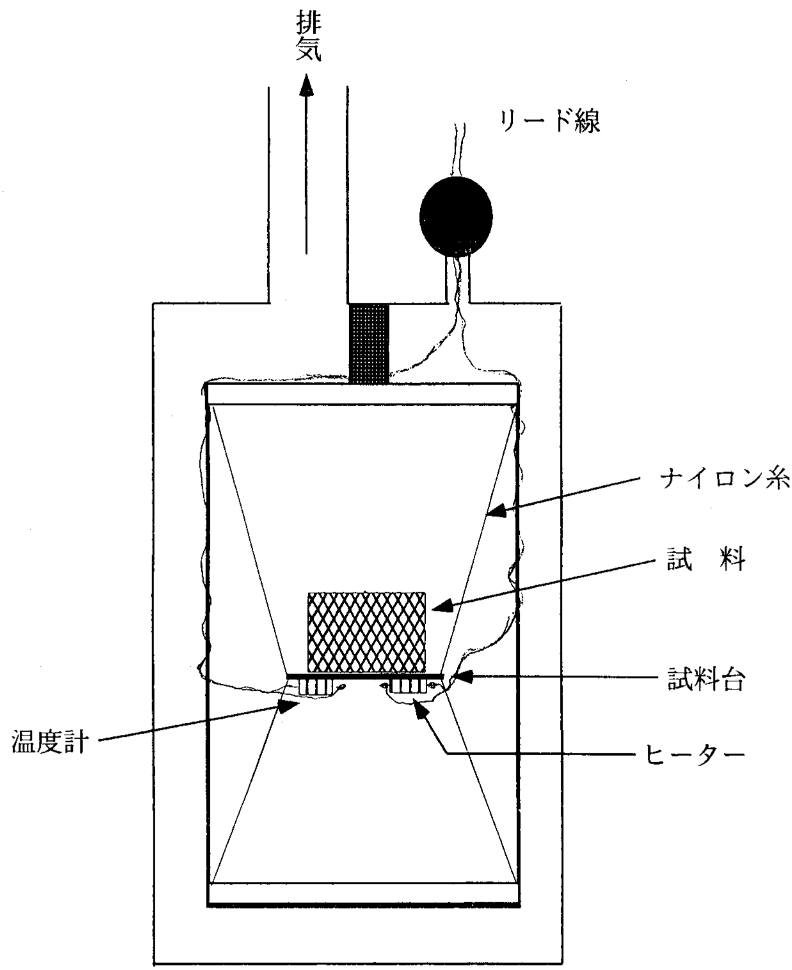

図 2

III　間隔 d〔m〕をへだてて面積 S〔m^2〕の電極 A と B がコンデンサーを形成している。電極 AB 間に，図 3 a のように，厚さ d，誘電率 ε_1〔F/m〕の誘電体がある場合の，コンデンサーの容量 C_1〔F〕を考える。ただし，誘電体はコンデンサーの面積全体にわたっているとし，また，問(1)から(6)全てについて，電極間隔 d は十分に小さく，電気力線は電極に垂直と考えてよいものとする。

(1)　電圧 V_1〔V〕を加えたときの，電極 AB に挟まれた誘電体内の電界(電場)E_1〔V/m〕を求めよ。

(2)　コンデンサーの容量が蓄えられる電荷量 Q〔C〕と加えられる電圧の比であること，および電界の大きさと誘電率の積がコンデンサーに蓄えられる単位面積当たりの電荷密度 Q/S〔C/m^2〕と等しいこと，を使ってコンデンサーの容量 C_1〔F〕を表わす式を導け。

次に，図 3 b のように，電極間隔 d より小さな厚み 0.8 d で，誘電率が ε_2〔F/m〕の誘電体が電極 AB 間にあり，すき間は誘電率 ε_0〔F/m〕の真空である場合を考える。また，誘電体の片側は電極 B に接しており，電極 B は接地(電位は 0 V)されているとする。

(3)　コンデンサーの容量 C_2〔F〕を d，S，ε_0，ε_2 を用いて表せ。

(4)　前問(2)で $\varepsilon_1 = 4\,\varepsilon_0$ とするときの容量 C_1 と，前問(3)の容量 C_2 が等しくなるための比誘電率 $\varepsilon_2/\varepsilon_0$ を求めよ。

(5)　前問(4)で求めた比誘電率 $\varepsilon_2/\varepsilon_0$ の場合について，電極 A に 10 V を加えたときの電極間の電位と位置 y〔m〕の関係を，答案用紙のグラフ中に示せ。ただし，電極 A を y 方向の位置 0 とし，電極 B を y 方向の位置 d とする。

次は，図 3 c に示されるように，電極間が誘電率 ε_3〔F/m〕，抵抗率 ρ〔Ω・m〕，厚さ d の物質で満たされている場合を考える。

(6)　電極 AB 間の容量 C_3〔F〕と抵抗 R〔Ω〕との積が，厚さ d や面積 S に依存しないことを示せ。

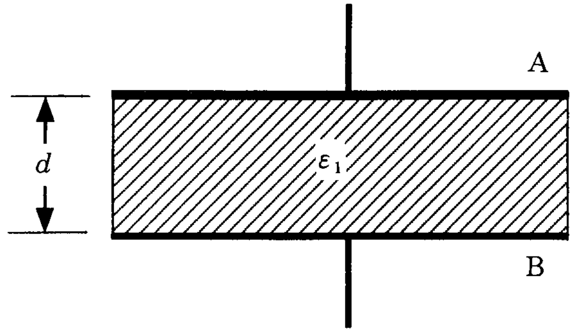
A
d
ε_1
B

図 3 a

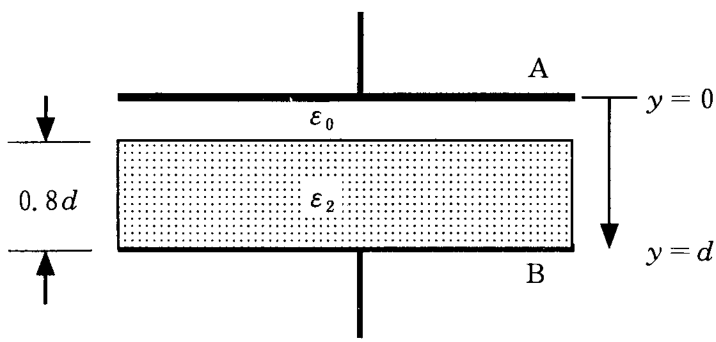
A
$y=0$
ε_0
0. 8d
ε_2
$y=d$
B

図 3 b

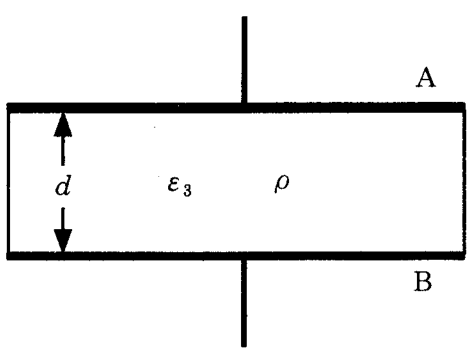
A
d
ε_3
ρ
B

図 3 c