

I 図1に示すように、水平で滑らかな台上に質量が無視できる棒によって連結された2個の球がある。この物体をAとする。Aとは別にバネにより結合された2個の球がある。バネのバネ定数を k 、自然長を l_0 とし、バネの質量は無視する。この2個の球とバネを合わせた物体の系をBとする。図1のように左側の球を球1、右側の球を球2とする。4個の球の質量はすべて等しく m である。以下、球の大きさは無視し、A、Bの運動は常にX軸上に限られるとする。

物体AがX軸の正方向に速度 V_0 で進み、静止していた物体の系B(バネの長さは l_0)に衝突した。物体Aと球1の衝突は完全弾性衝突であり、そのあと物体Aと球1は再び衝突しないことが分かっている。衝突後、物体Aと物体の系Bの重心とはいずれも等速直線運動を行い、球1と球2は物体の系Bの重心から見てそれぞれ単振動を行う。以下、物体Aが物体の系Bの球1に衝突した直後を時刻 t の原点と定め、 $t=0$ とする。

- (1) 衝突直後物体Aの速度は V_A となり、球1は速度 V_1 で動き始めた。球2はまだ静止したままであった。 V_A と V_1 とをそれぞれ V_0 を用いて表せ。
- (2) 物体Aと球1との衝突後、物体の系Bの重心の速度は V_B となった。 V_B を V_0 を用いて表せ。
- (3) 物体の系Bの重心から見た球1、球2の時刻 t における速度をそれぞれ $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ と表す。衝突の直後に物体の系Bが持っていた運動量が、時刻 t でも保存されていることを用いて、 $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ の間に成立する関係式を示せ。
- (4) 物体の系Bの重心から見た球1、球2の時刻 t における位置をそれぞれ $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ と表す。衝突の直後に物体の系Bが持っていたエネルギーがこの時刻 t でも保存されていることを示す関係式を m 、 k 、 l_0 、 V_1 、 $v_1(t)$ 、 $v_2(t)$ 、 V_B 、 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ を用いて表せ。
- (5) 重心から見た球2の運動について、その加速度を a として運動方程式を示せ。
- (6) 衝突直後からバネは縮みはじめ、縮みの大きさは最大 $2a$ となった(ただし $0 < 2a < l_0$ とする)。 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ は以下の式で表される。ア～カの空欄に、あてはまるものを①～⑯の中から選び番号で答えよ。重複して選んでもよい。

$$x_1(t) = \boxed{\text{ア}} \sin(\boxed{\text{イ}} t) + \boxed{\text{ウ}}$$

$$x_2(t) = \boxed{\text{エ}} \sin(\boxed{\text{オ}} t) + \boxed{\text{カ}}$$

- ① $\sqrt{\frac{2k}{m}}$ ② $\sqrt{\frac{m}{2k}}$ ③ $\sqrt{\frac{k}{m}}$ ④ $\sqrt{\frac{m}{k}}$ ⑤ l_0 ⑥ $-l_0$
 ⑦ $\frac{l_0}{2}$ ⑧ $-\frac{l_0}{2}$ ⑨ $+2a$ ⑩ $-2a$ ⑪ $+a$ ⑫ $-a$
 ⑬ m ⑭ $2m$ ⑮ V_0 ⑯ V_B

(7) バネの最大の縮み $2a$ を m , k , V_0 を用いて表せ。

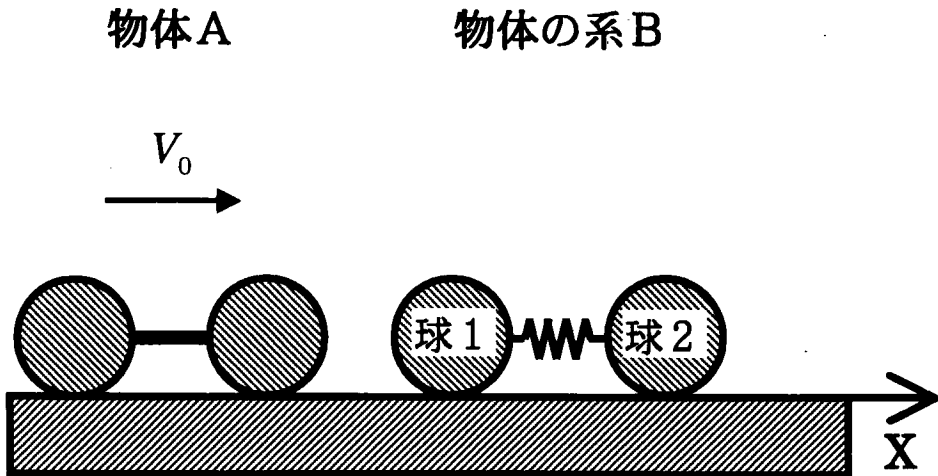


図 1

II 大気中に置かれた図2のようなシリンダーを考える。シリンダーには取り外し可能な外界からの熱を遮断する断熱壁がある。ピストンは質量を無視できる断熱材料でできていて、摩擦なしに動かすことや固定することができる。シリンダーとピストンの間には理想気体が1モル閉じこめられている。この気体の定積モル比熱は C_v とする。シリンダーには細い管が図2のようにつながっていて、端は開いている。図2のようにシリンダーと細い管には密度 ρ の液体が入っている。この管は十分に細く、シリンダー内の液面の高さの変化は無視できる。この液体の気化、および気体との間の熱の出入りは無視できる。気体定数を R 、大気圧を p_0 、重力加速度を g とする。

以下の問いに答えよ。ただし、問(1)、(8)は文章の空欄に最も当てはまる語句をそれぞれの解答群より選び、記号で答えよ。

最初、断熱壁を取り付けピストンは自由に動かせる状態にする。気体の温度は T_0 とする。ヒーターにより気体の温度をゆっくりと T_1 に上昇させる場合を考える。

(1) この過程は であり、この過程で細い管の液面の高さは 。

解答群

- ① 等温変化 ② 定積変化 ③ 断熱変化 ④ 定圧変化
 ⑤ 上がる ⑥ 下がる ⑦ 変わらない

- (2) この過程で気体が行う仕事を求めよ。
 (3) この過程での気体の内部エネルギーの変化量を求めよ。
 (4) この過程でのヒーターの発熱量を求めよ。

断熱壁のある状態でピストンを固定した。この時、気体の温度は T_0 で、シリンダーと細い管の液面の高さの差はなかった。次に、ヒーターにより気体の温度を上昇させたところ、細い管の液面が L だけ上昇した。

- (5) この過程の終了時の気体の温度を求めよ。
 (6) この過程でのヒーターの発熱量を求めよ。

- (7) 断熱壁のある場合とない場合について、ゆっくりと体積を増加・減少させたときの体積と圧力のおよその関係を、断熱壁のある場合に実線、ない場合に点線を用いて答案用紙の図に示せ。ただし、最初の気体の圧力は p_0 、体積は V_0 とする。また、このような関係が得られる理由を説明せよ。
- (8) ピストンの上におもりをゆっくりと乗せ、平衡になったところで手を離す実験を断熱壁のある場合と、ない場合について行い実験結果の比較をする。どちらの場合も、最初の気体の圧力、体積、温度は同じであるとする。平衡時の細い管内の液面の高さは 。また、ピストンの位置は 。

解答群

- ① 断熱壁のある方が高い ② 断熱壁のある方が低い ③ どちらも同じ

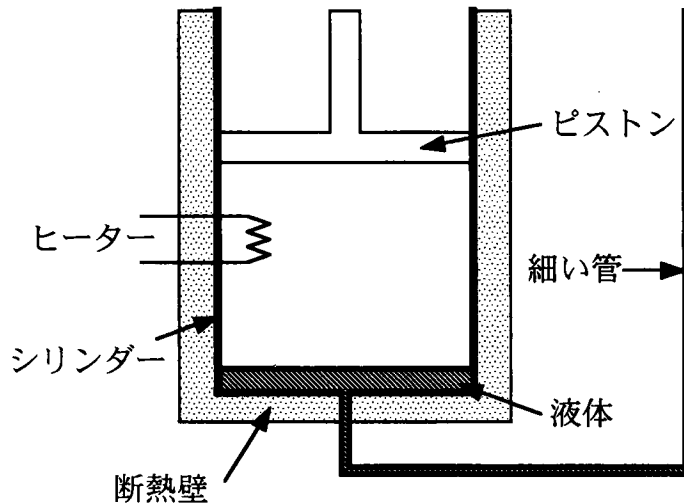


図 2

Ⅲ 図3のように、平行平板コンデンサー X , Y , Z と抵抗 R_1 , R_2 と内部抵抗が無視できる直流電源からなる回路がある。すべてのコンデンサーの極板間は空気であらされており、空気の誘電率を ϵ とする。コンデンサー X と Y の電気容量を C とし、直流電源の起電力を V とする。最初、すべてのスイッチ S_1 , S_2 , S_3 , S_4 は開いているものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) S_1 と S_2 を閉じて十分に時間がたった後に、 X に蓄えられたエネルギー U_1 を求めよ。
- (2) 問(1)で、電源のした仕事を求めよ。
- (3) 次に S_1 を開き S_3 を閉じ、十分に時間がたった後に、 X に蓄えられたエネルギー U_2 と Y に蓄えられたエネルギー U_3 を求めよ。
- (4) エネルギーの差 $U_1 - (U_2 + U_3)$ はなぜ生じたかを説明せよ。

図3のように、コンデンサー Z の一方の極板は固定され、他方の極板は金属製のバネ(バネ定数 k)で支えられていて、平行のまま摩擦なく動くことができる。極板の面積を A とする。コンデンサー Z が電荷を持たない状態でバネは自然長であり、極板間の距離は d であった。ここで S_2 と S_3 を開き、 S_1 と S_4 を閉じて、コンデンサー Z を電荷が Q になるまでゆっくりと充電させた後に、 S_4 を開いた。この充電によりバネは伸びた。重力は無視できるものとする。コンデンサー Z について、

- (5) 極板の引き合う力の大きさを求めよ。
- (6) もう一度 S_4 を閉じ、電荷をゆっくりと増加させていくと、最後には極板が短絡した。短絡する直前の電荷を求めよ。

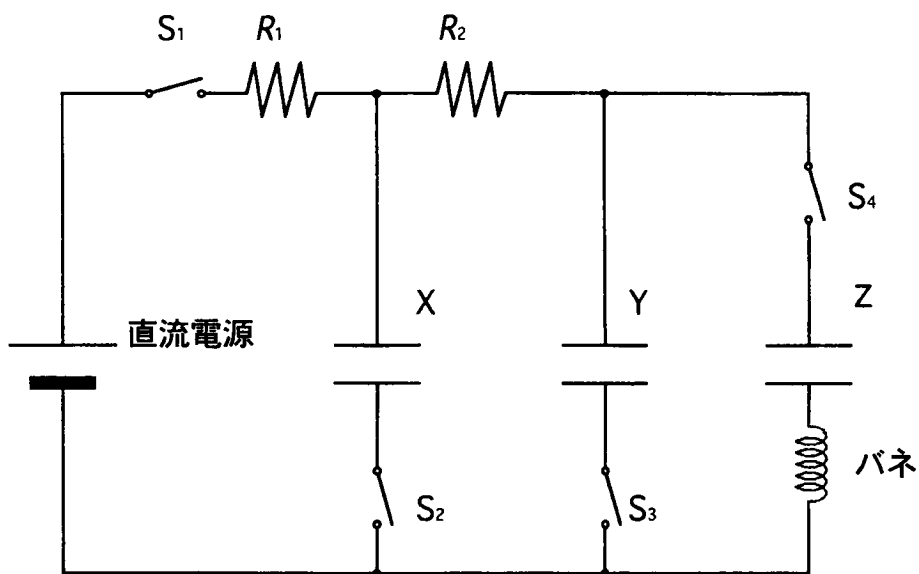


図 3