

1

関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3kx$ (k は定数) を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ が極大値, 極小値をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ の極大値と極小値の差が 4 となる k の値を求めよ。
- (3) (2) の場合について $y = f(x)$ のグラフをかけ。

2

次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = x^2$ について、傾きが $\sqrt{3}$ の接線 l の方程式およびその接点 P の座標を求めよ。
- (2) y 軸上に中心をもち、 P において l に接する円の方程式を求めよ。
- (3) (1)の放物線と(2)の円の下の方によって囲まれた部分の面積を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) 三角関数の加法定理を用いて $\cos A - \cos B$ を積の形になおせ。
- (2) $\cos 3\theta < \cos 2\theta$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。 ($0^\circ \leq \theta < 360^\circ$)
- (3) $y = \cos 2\theta$, $y = \cos 3\theta$ のグラフをかけ。ただし、2つのグラフの交点の y 座標は求めなくてよい。

4

曲線 $y = \frac{1}{x+1}$ と x 軸および2直線 $x = k$, $x = 2k$ (ただし $k > 0$) で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転して得られる立体の体積を $V(k)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $V(k)$ を求めよ。
- (2) $V(k)$ の最大値とそのときの k の値を求めよ。

5

xyz 空間に点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(1, 1, 1)$ をとる。点 A, B, C, D を頂点とする四面体 T について、次の問いに答えよ。

- (1) z 軸上の点 $(0, 0, a)$ を通り z 軸に垂直な平面で T を切ったときの切り口の頂点 P, Q, R, S の座標を、 a を用いて表せ。ただし、 a は $0 < a < 1$ なる定数とし、 P, Q, R, S はそれぞれ線分 AC, AD, BD, BC 上にあるものとする。
- (2) (1) における切り口の面積 $S(a)$ と、その最大値、およびそのときの a の値を求めよ。

6

複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数) について, 次の問いに答えよ。

(1) z^4 が 0 でない実数であるとき, z の偏角 α を求めよ。($0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$)

(2) $(z - 1)^3$ が純虚数であるとき, $z - 1$ の偏角 β を求めよ。

($0^\circ \leq \beta < 360^\circ$)

(3) $x > 0, y > 0$ で z^4 が実数, $(z - 1)^3$ が純虚数となるときの z^4 をすべて求めよ。