1 m を定数とするとき，関数 $f(x)=x(x^2-5x+m)$ $(x>0)$ について，次の問いに答えよ。

(1) $x>0$ の範囲で関数 $f(x)$ が次の条件 (i), (ii) を満たすような最小の整数 m を求めよ。

(i) $f(x)>0$

(ii) 極大値および極小値をもつ

(2) m を (1) で求めた整数とするとき，関数 $f(x)$ の $\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 3$ における増減表をつくれ。

(3) m を (1) で求めた整数とするとき，関数 $\log_a f(x)$ の $\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 3$ における最大値を求めよ。ただし，$a>0$，$a\neq 1$ とする。

$\boxed{2}$ 平面上の点C$(c,\ 0)$を通る直線 $l_1 : y = m(x - c)$ を考える。ただし，c，m は定数で，$c > 0$，$m > 0$ とする。直線 l_1 上で x 軸より上側に点A，x 軸上で点Cより右側に点Bをとるとき，次の問いに答えよ。

(1) 原点Oを通り，∠ACB の 2 等分線と平行な直線 l_2 の方程式を求めよ。

(2) 2 直線 l_1，l_2 の交点Pの座標と線分 CP の長さを求めよ。

(3) 直線 l_1 の傾き m が 1 から $\sqrt{3}$ まで変化するとき，点Pが描く曲線の長さを求めよ。

3 平面上に，4点(0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)を頂点とする正方形と，2つの放物線 $C_1 : y = px^2$ および $C_2 : y = -q(x-1)^2 + 1$ がある。ただし，p，q は定数で，$p > 1$，$q > 1$ とする。C_1 と C_2 が正方形の内部で接しているとき，次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q}$ の値を求めよ。

(2) 放物線 C_1 の上側にある正方形の部分の面積を S_1，放物線 C_2 の下側にある正方形の部分の面積を S_2 とするとき，$S = S_1 + S_2$ を p を用いて表せ。

(3) 極限値 $\lim_{p \to \infty} S$ を求めよ。

(4) S が最大となる p の値と最大値を求めよ。

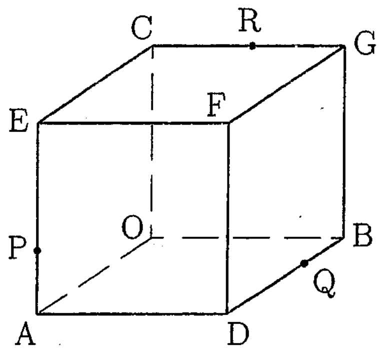
$\boxed{4}$ 関数 $f(t)=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2}$ について考える。$a>1$ のとき，次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(t)=a$ を満たす正の解を T とする。T を a を用いて表せ。

(2) $x=f(t)$，$y=f'(t)$ とするとき，次の定積分 I の値を a を用いて表せ。

$$I=\int_1^a y\,dx$$

5 下図のような1辺の長さが1の立方体OADB－CEFGがある。辺AEおよび辺BDを $x:(1-x)$ に内分する点をそれぞれP，Qとする。また辺CGを $t:(1-t)$ に内分する点をRとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，x および t の範囲は $0<x<1$，$0<t<1$ である。



(1) △PQRの重心をSとするとき，ベクトル$\overrightarrow{OS}$を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 直線OSが△PQRに垂直となるとき，t を x を用いて表せ。

(3) (2)の場合の△PQRの面積を $f(x)$ とするとき，$f(x)$ が最小となる x の値と最小値を求めよ。

(4) $f(x)$ が最小となるとき，四面体OPQRの体積を求めよ。

6 複素数平面上の点 z が $|z+1|=|2z-1|$ を満たして動くとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 z はどのような図形を描くか。

(2) $z-1$ の偏角を θ とするとき，$|z^2-4z|^2$ を $\cos\theta$ を用いて表せ。

(3) $|z^2-4z|$ が最大となる z の値と最大値を求めよ。